



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China



超级陶粲装置  
Super Tau-Charm Facility

# 基于减小共振驱动项起伏的 储存环非线性动力学分析与优化

魏炳锋

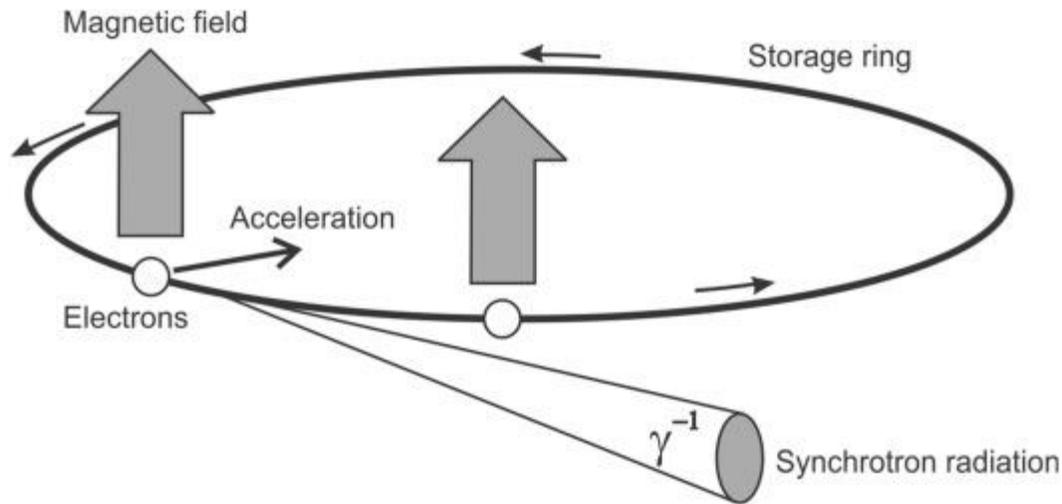
2025年7月3日

- **研究背景**
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学分析
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学优化
- 总结

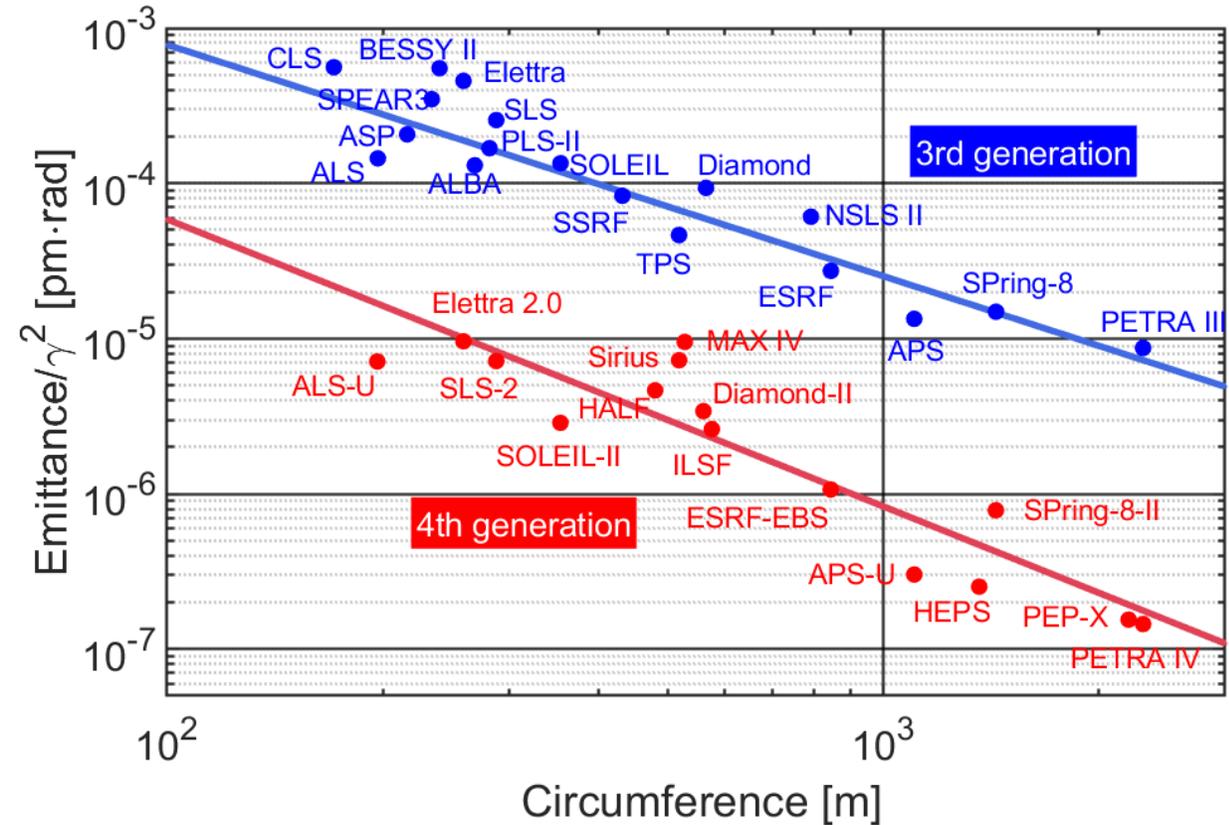
# 低发射度储存环光源的发展



更低的电子束流发射度、更高的亮度



同步辐射：相对论性带电粒子在做曲线运动时会沿轨道切线方向发出电磁辐射。



第三代和第四代储存环光源的周长与以能量归一化的发射度

# 降低发射度的效应



更低的发射度

$$\varepsilon_0 \propto F_{\text{lattice}} \frac{E^2}{N_d^3}$$

( $N_d$ 为弯铁数目)

更高的四极磁铁  
积分强度

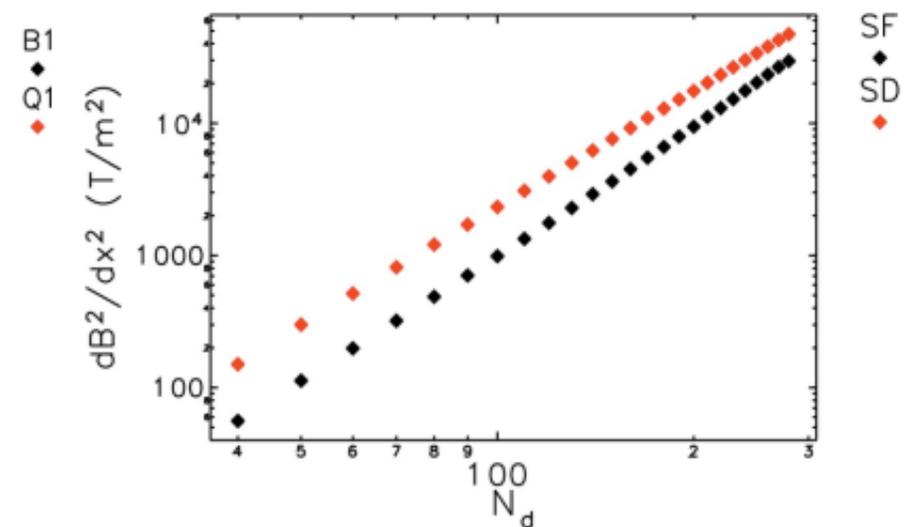
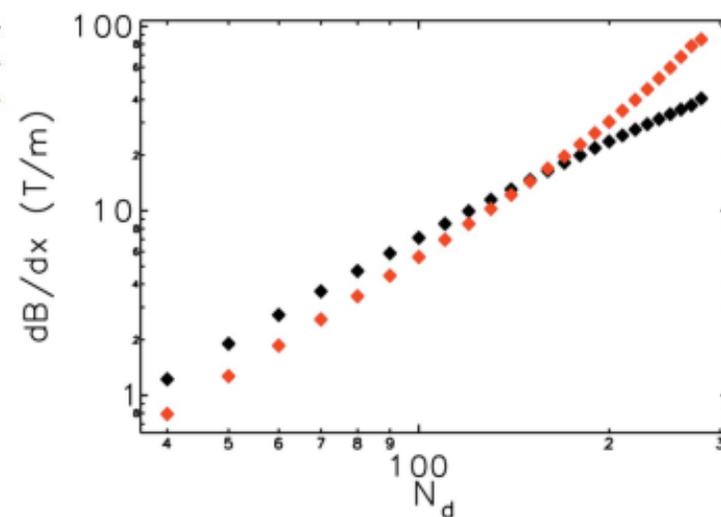
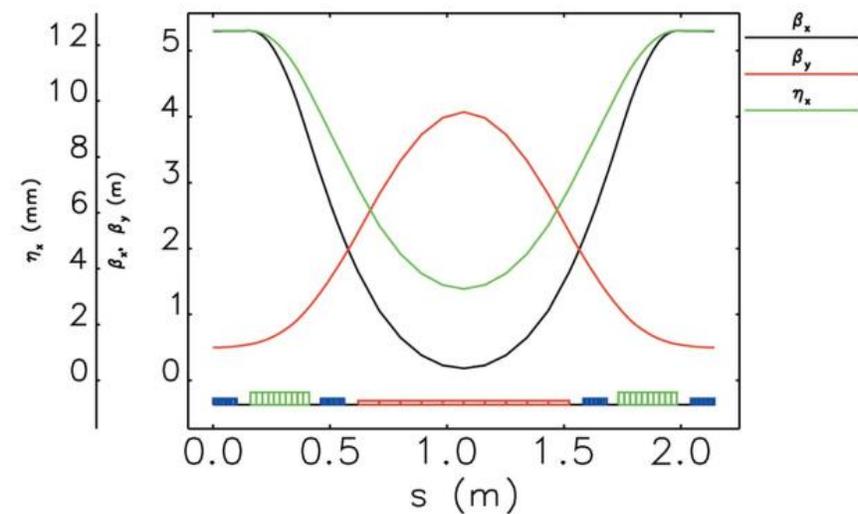
$$S_{\text{QUAD}} \propto N_d$$

更高的六极磁铁  
积分强度

$$S_{\text{SEXT}} \propto N_d^3$$

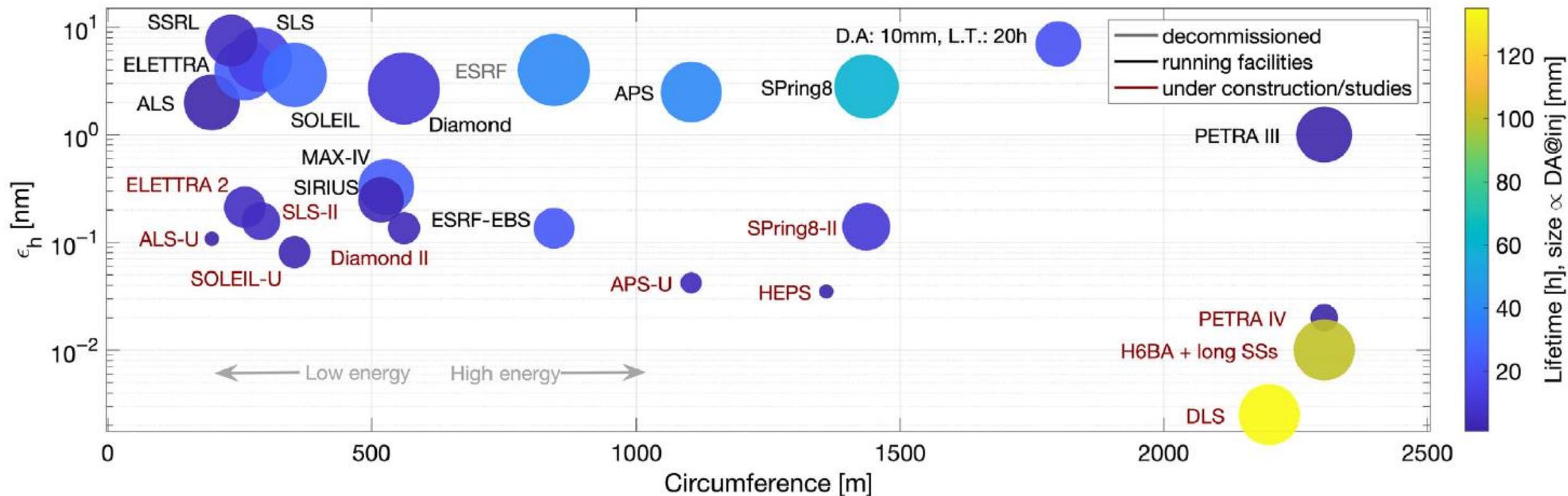
更强的非线性  
效应

$$\text{动力学孔径 } A_{x,y} \propto \frac{1}{N_d^2}$$



Borland, M., et al. (2014). "Lattice design challenges for fourth-generation storage-ring light sources." J Synchrotron Radiat 21(Pt 5): 912-936.

# 降低发射度的非线性效应



储存环光源的周长（横坐标）、发射度（纵坐标）、动力学孔径（圆的大小）和束流寿命（颜色）

1. 随着发射度降低，动力学孔径和束流寿命一般会减小；
2. 采用非常有效的非线性抵消能显著改善非线性动力学性能。

## ➤ 基于非线性分析的优化

减小共振驱动项(RDT)  
与控制频移项



频率映射分析

- 物理图像清晰，指导线性与非线性优化的迭代
- 有效性不够强，严重依赖于设计者的经验

## ➤ 基于粒子跟踪的数值优化

粒子跟踪

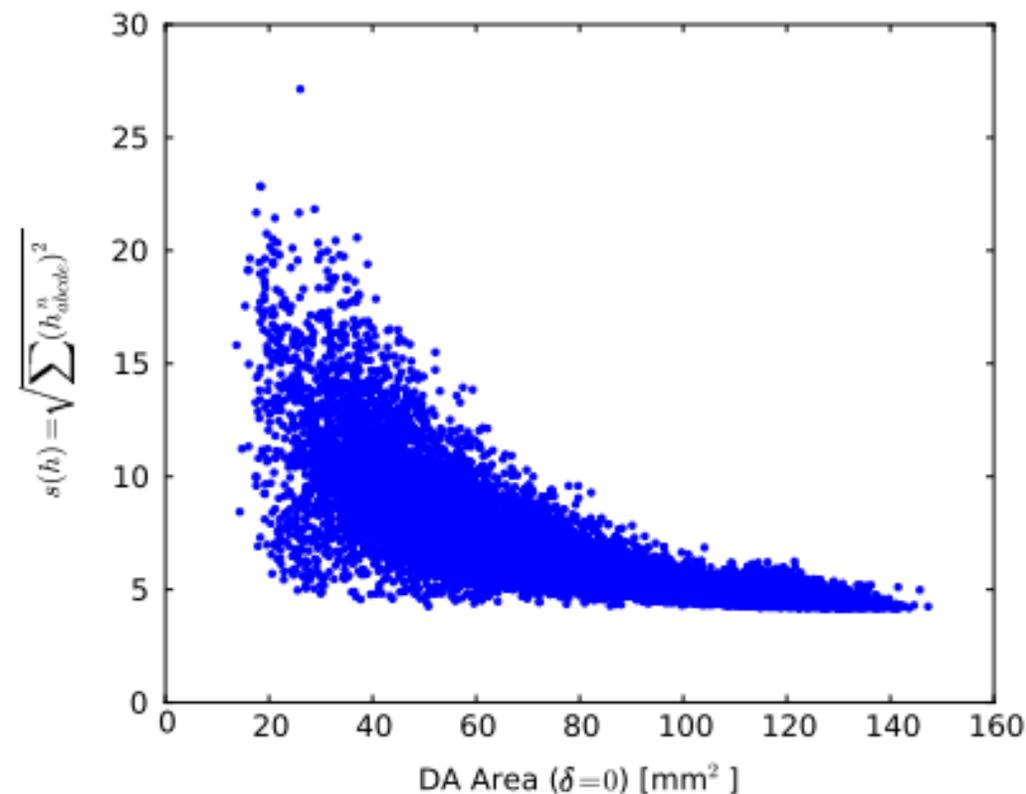


智能优化算法

优化目标

动力学孔径、动量孔径  
(或 Touschek 寿命)

- 可靠、能找到全局最优
- 跟踪耗时，难以给线性光学设计提供物理反馈来指导迭代优化

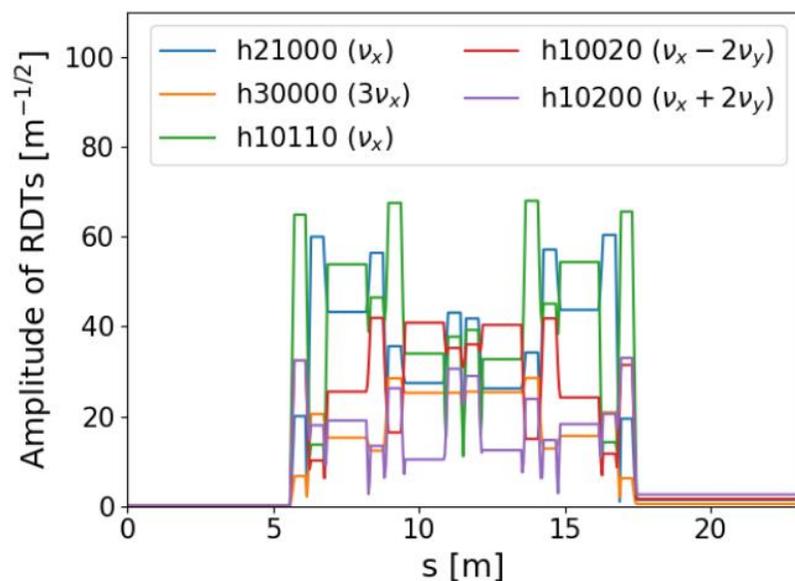


标能动力学孔径面积与共振驱动项的关系  
L. Yang, PRSTAB (2011)

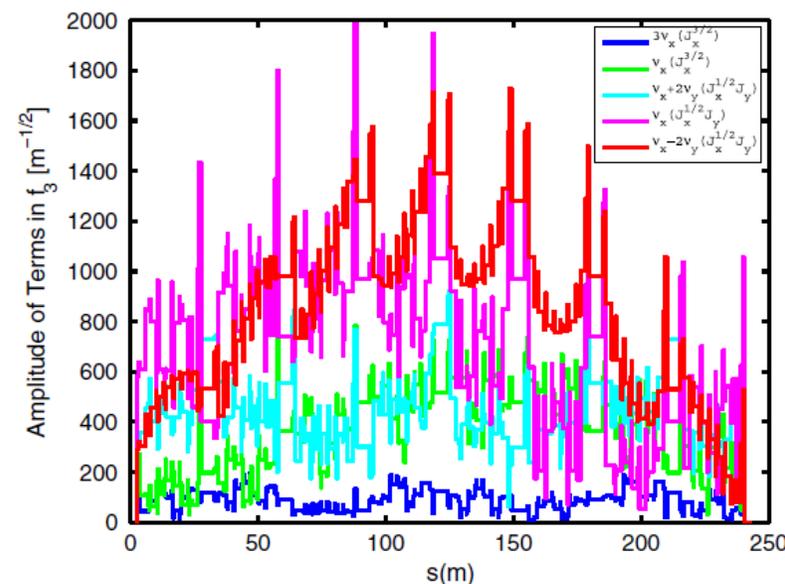
# 单周期与多周期的非线性抵消



衍射极限储存环 hybrid MBA和 HOA MBA 两种能有效抵消非线性效应的lattice结构，能够在单个lattice周期内抵消主要的共振驱动项（左图）。和多周期抵消共振驱动项的MBA lattice相比，前者的共振驱动项沿纵向的起伏更小。



基于全同单元的 HOA MBA 的三阶共振驱动项沿纵向的起伏（单周期HOA）

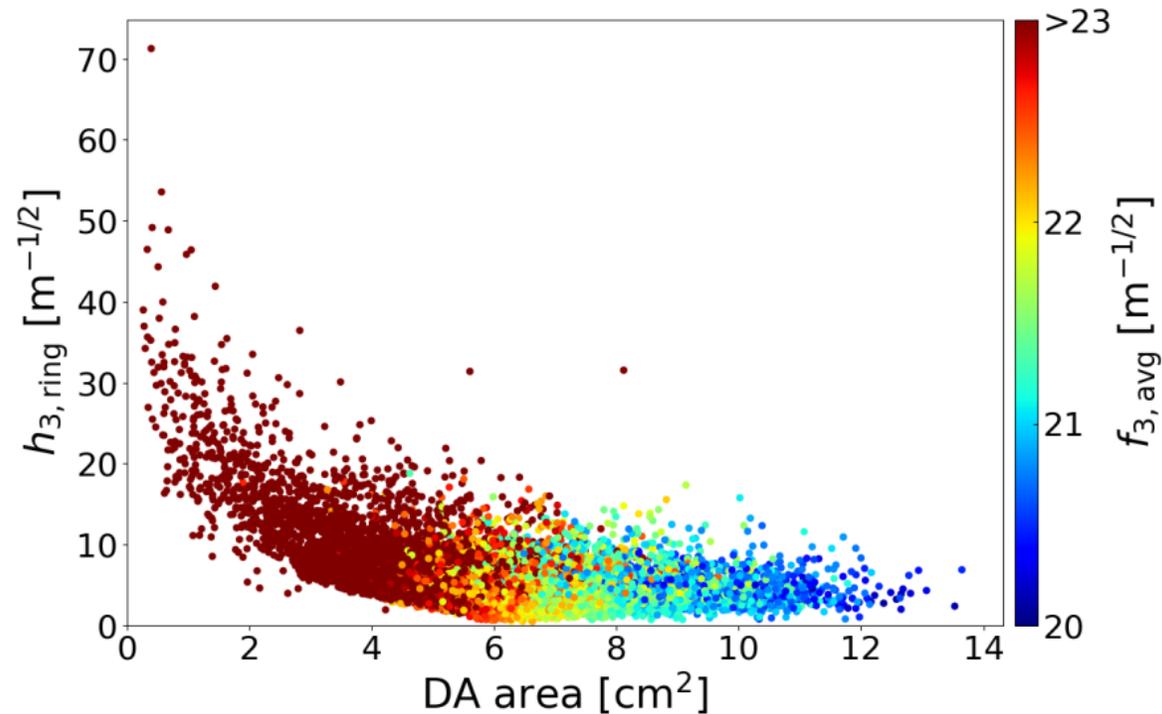
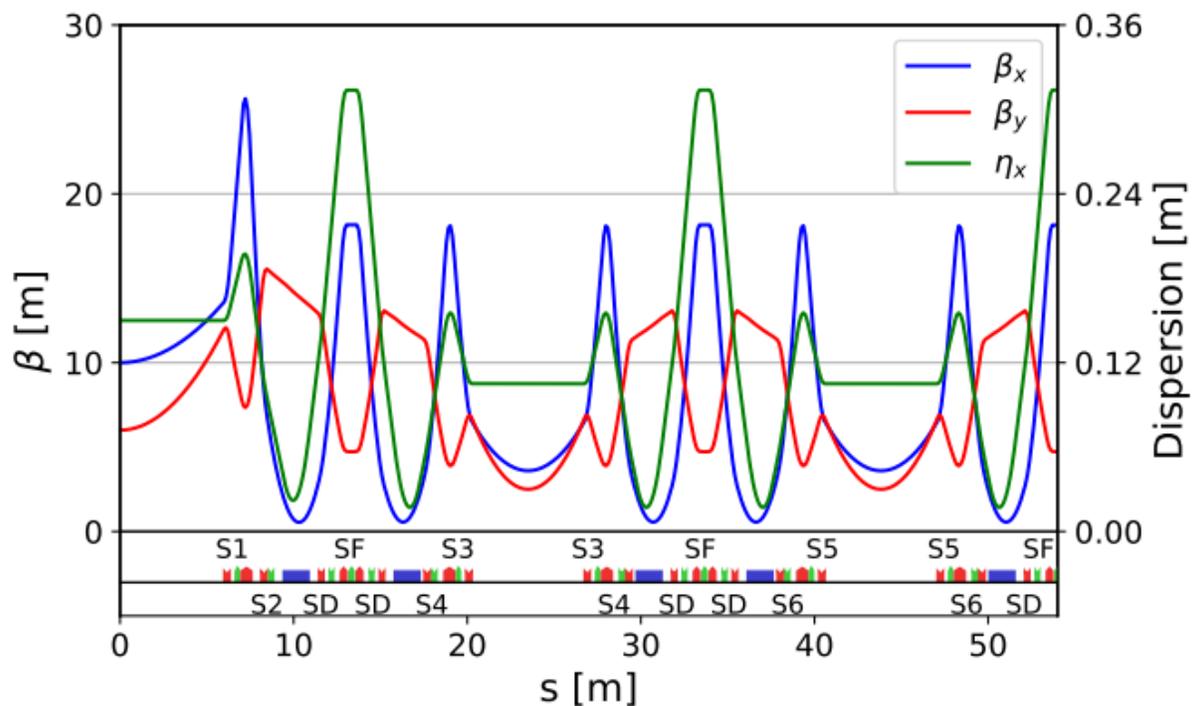


PEP-X的三阶共振驱动项沿纵向的起伏（多周期期间HOA）  
Y. Cai, et al., PRST-AB, 15, 054002 (2012).

这启发我们：**通过减小共振驱动项起伏来优化lattice非线性动力学**

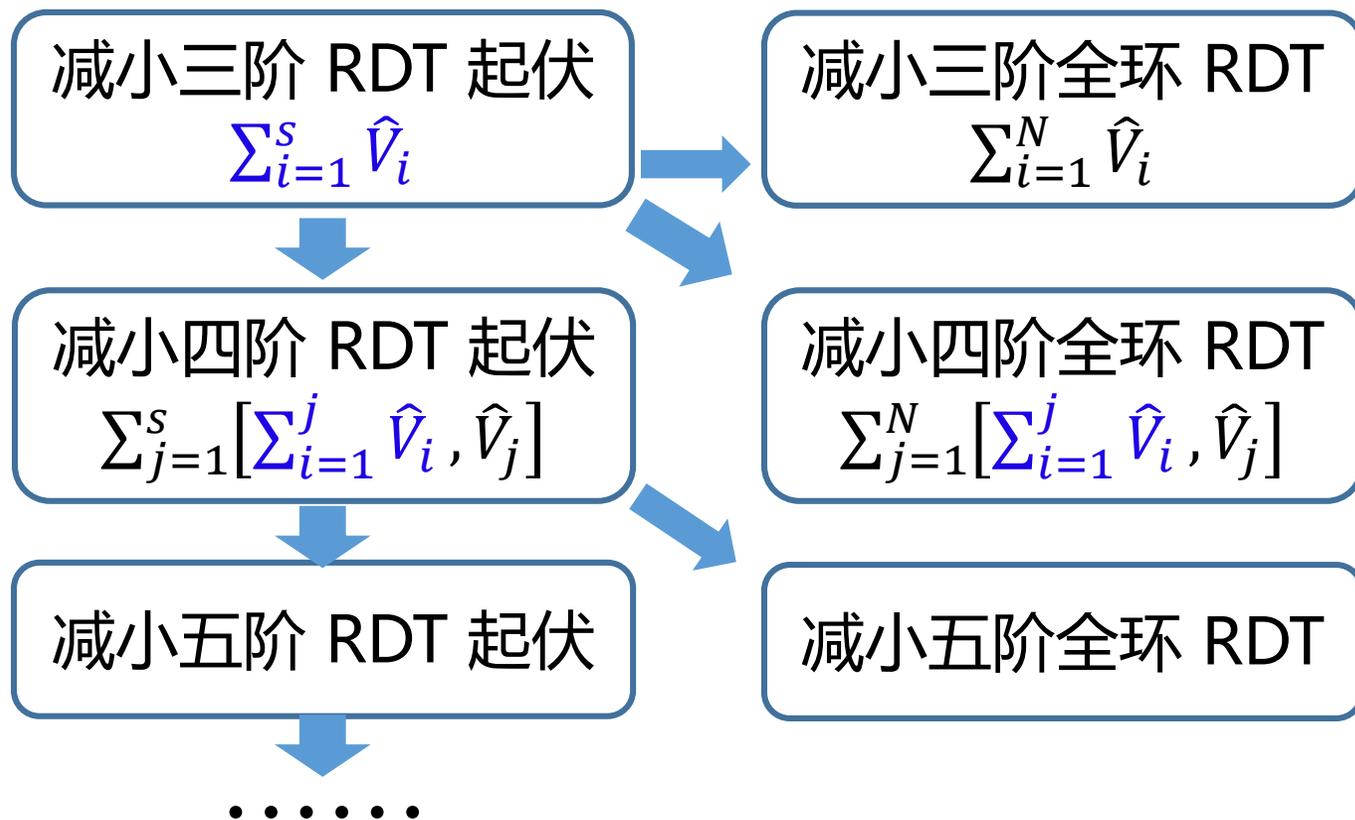
- 研究背景
- **基于共振驱动项起伏的非线性动力学分析**
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学优化
- 总结

## SSRF lattice 动力学孔径的分析

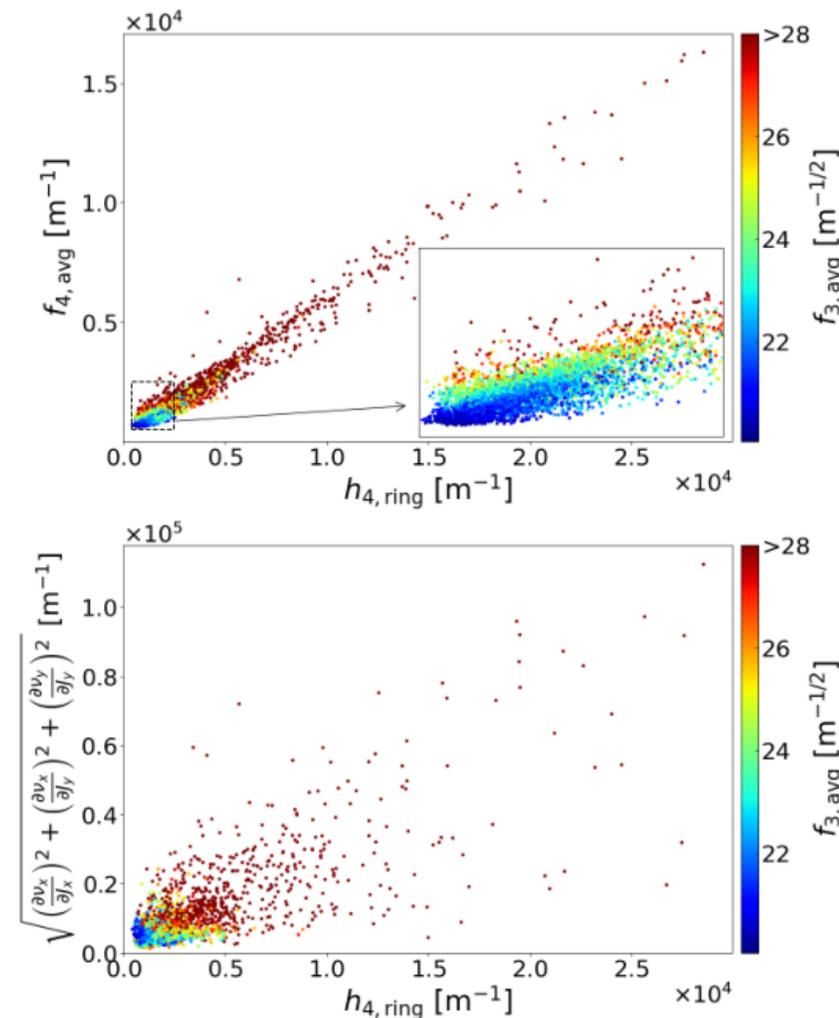


减小全环的共振驱动项只是增大动力学孔径的必要不充分条件，  
而减小共振驱动项沿全环的起伏能显著有效地增大动力学孔径。

# 低阶共振驱动项起伏与高阶驱动项的关联



使用共振驱动项起伏进行非线性动力学  
优化可以避免对高阶项繁琐的计算

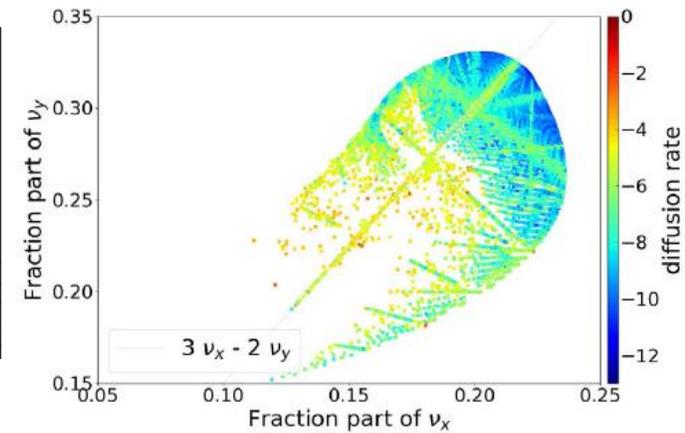
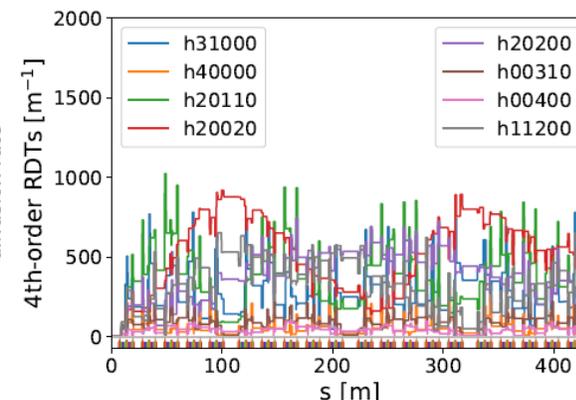
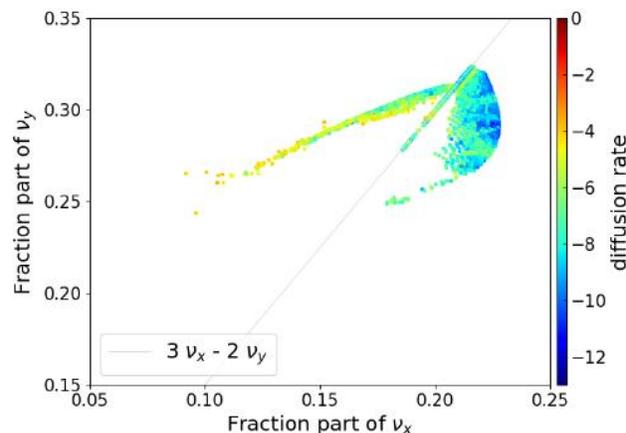
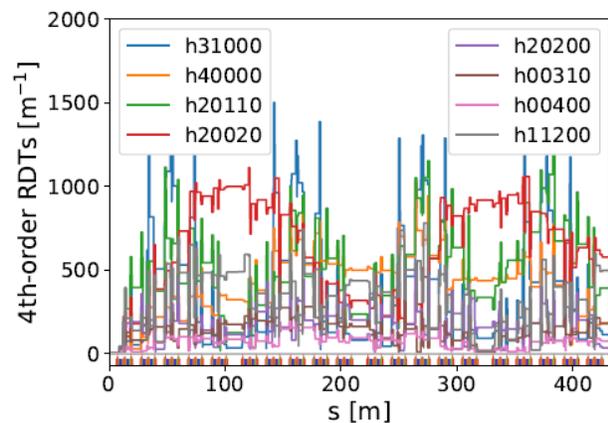
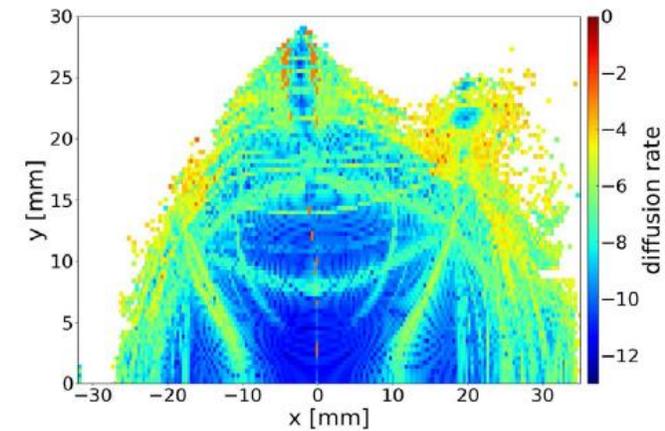
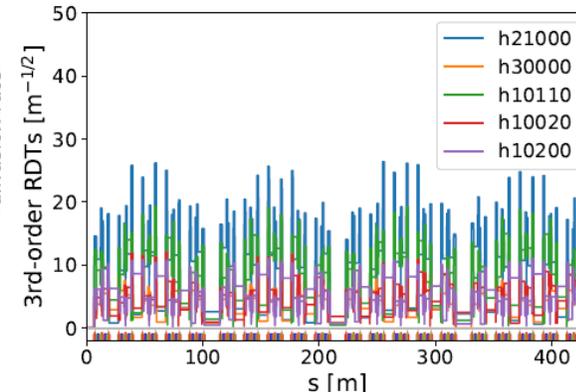
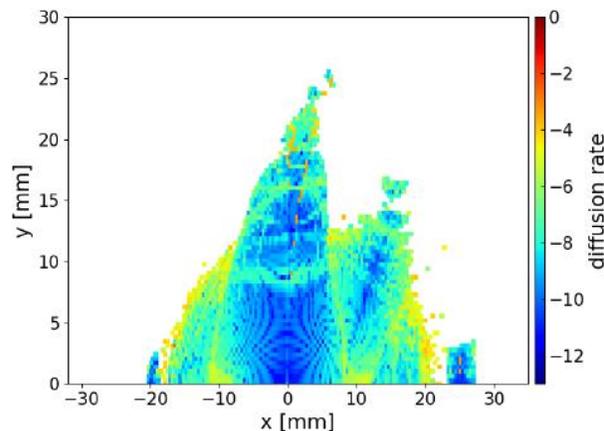
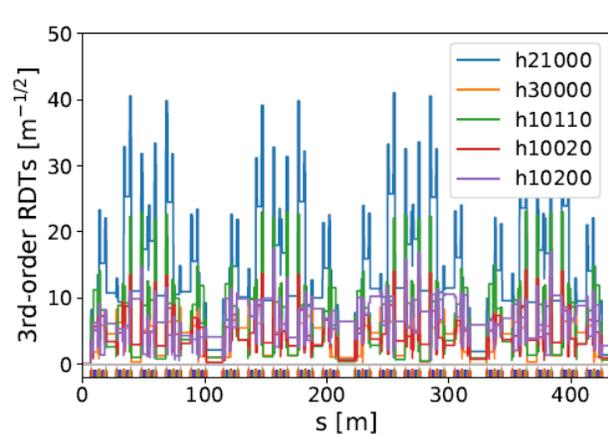


图中颜色表示三阶驱动项起伏，横、纵坐标为四阶非线性项，包括四阶共振驱动项及其起伏与ADTS项。

# 低阶共振驱动项起伏与高阶驱动项的关联



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China



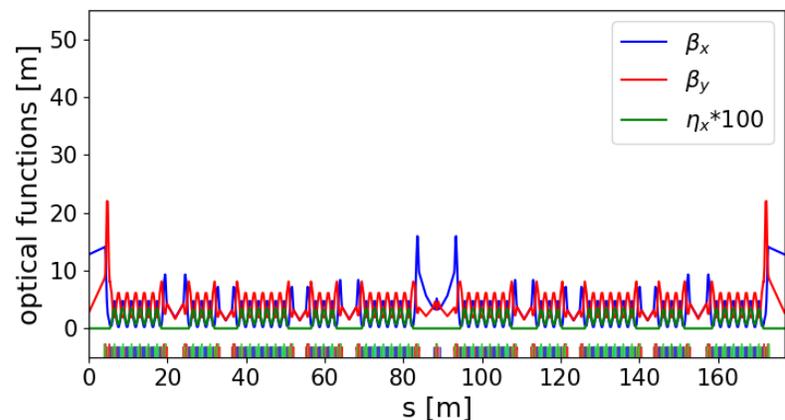
在SSRF中，降低三阶和四阶共振驱动项的起伏可以有效抑制五阶共振 $3v_x - 2v_y$

五阶共振驱动项计算繁琐，常用程序 (ELEGANT, OPA, AT) 都没有实现计算五阶项的功能。

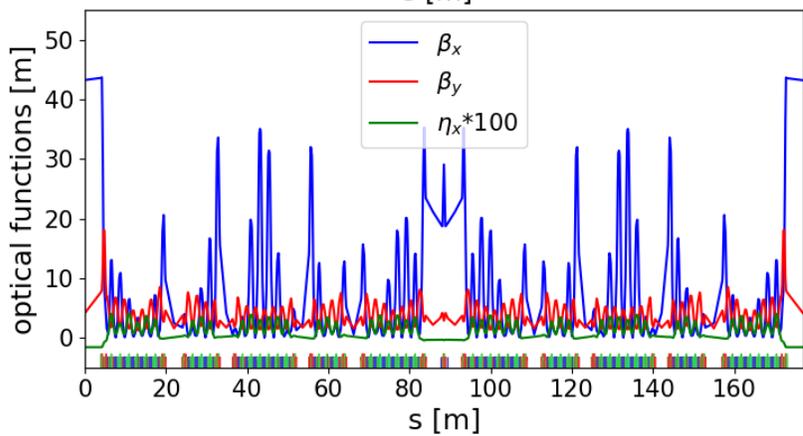
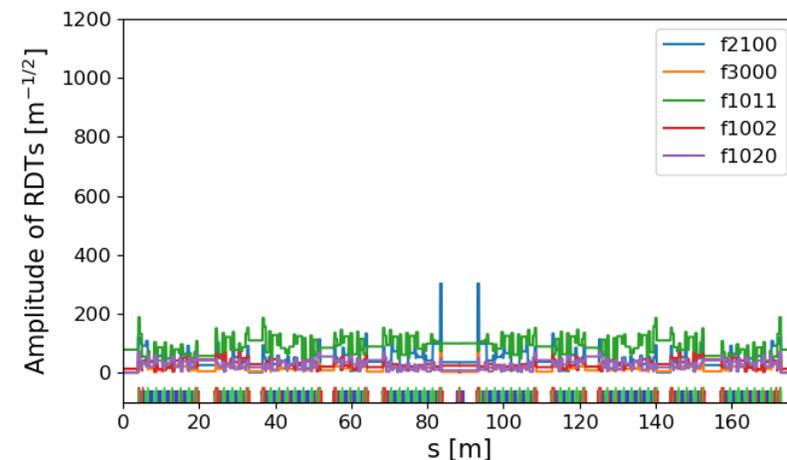
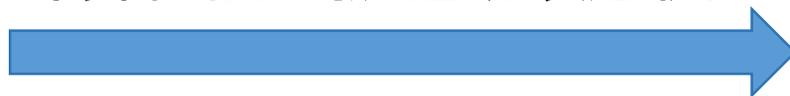
# 偏能共振驱动项及其起伏



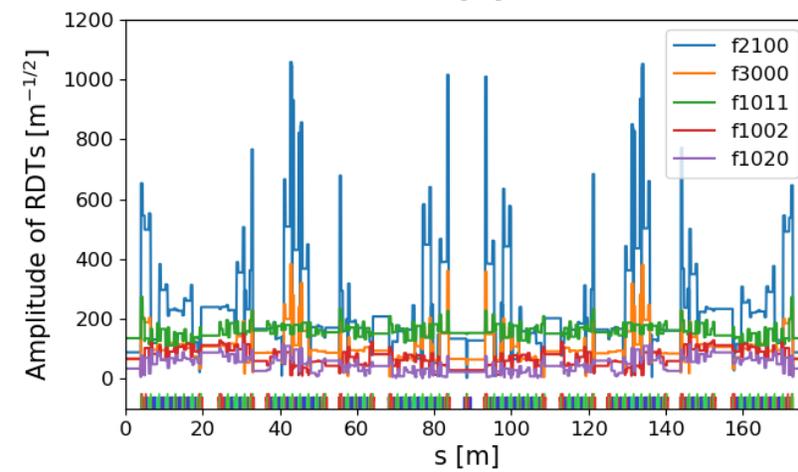
通常用的色差项描述的是偏能动力学相对于标能动力学的偏差，不能直接有效地分析偏能非线性动力学。我们基于“坐标系变换”的思想，进一步提出了偏能共振驱动项的概念，基于偏能闭轨计算偏能线性光学，然后计算偏能共振驱动项以及偏能ADTS项，从而更直接地分析与优化偏能非线性动力学。



基于SOLEIL-II标能线性光学  
计算标能共振驱动项起伏



基于SOLEIL-II 4% 偏能线性  
光学计算4%偏能共振驱动项  
起伏



# 共振驱动项起伏与粒子运动频率扩散率的分析

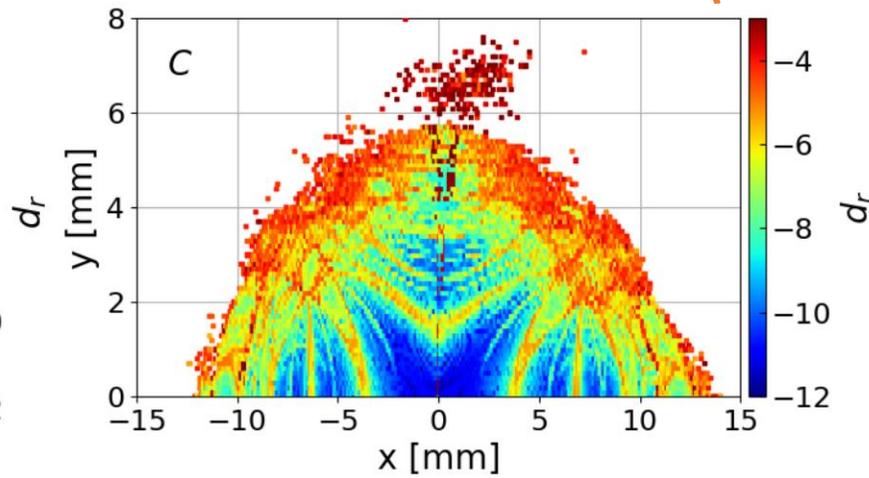
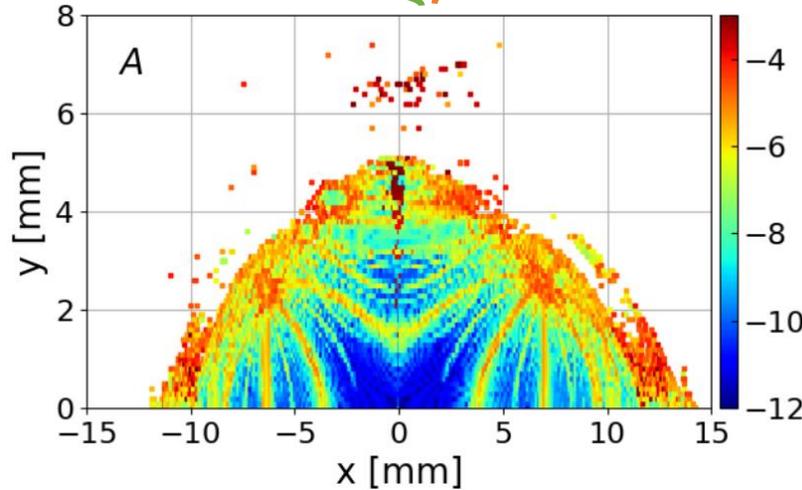
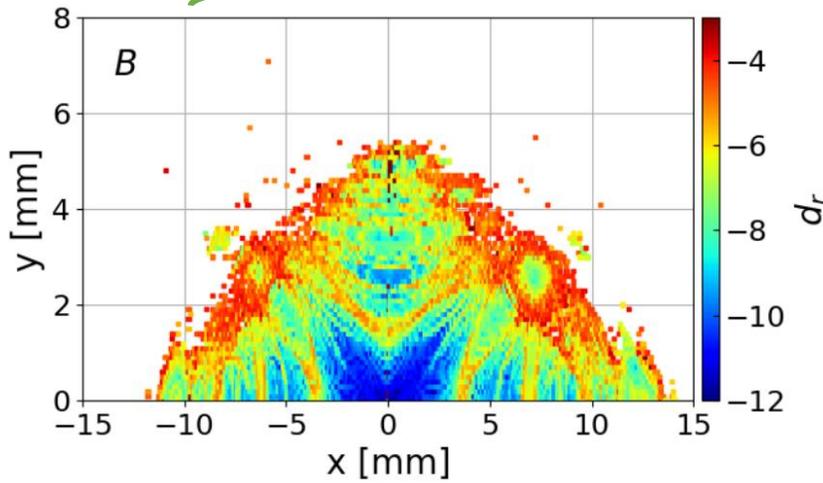


中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

除了动力学孔径的面积之外，还需要关注其**粒子运动的稳定性**（反映了动力学孔径的**“质量”**）。粒子运动稳定性越强，对误差容忍度越大。通过**频率映射分析**进一步加强共振驱动项起伏与动力学孔径之间的关联：

动力学孔径大小接近，  
共振驱动项起伏有差异。

共振驱动项起伏接近，  
动力学孔径大小有差异。



共振驱动项起伏大，频率扩散率高。

共振驱动项起伏小，频率扩散率低。

增加的部分存活粒子的频率扩散率较高，粒子运动并不稳定；  
“有效的”动力学孔径大小接近。

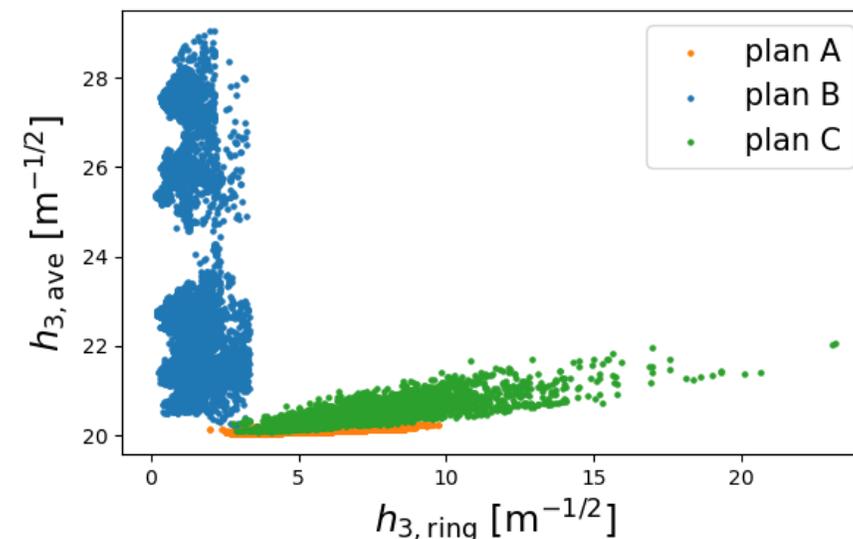
- 研究背景
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学分析
- **基于共振驱动项起伏的非线性动力学优化**
- 总结

# 优化方案的比较

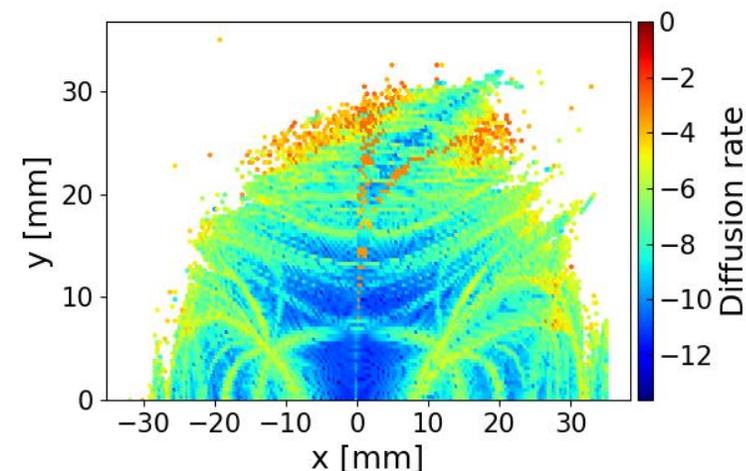


以SSRF为例，对三种优化方案进行了比较

优化方案	优化目标	耗时
<b>Plan A</b>	减小共振驱动项起伏 $h_{3,ave}$	<b>12 s</b>
<b>Plan B</b>	减小全环共振驱动项 $h_{3,ring}$	<b>11 s</b>
<b>Plan C</b>	增大动力学孔径面积( <b>ELEGANT 跟踪</b> )	<b>36 h</b>



三种方案优化结果的分布情况



方案A优化结果之一

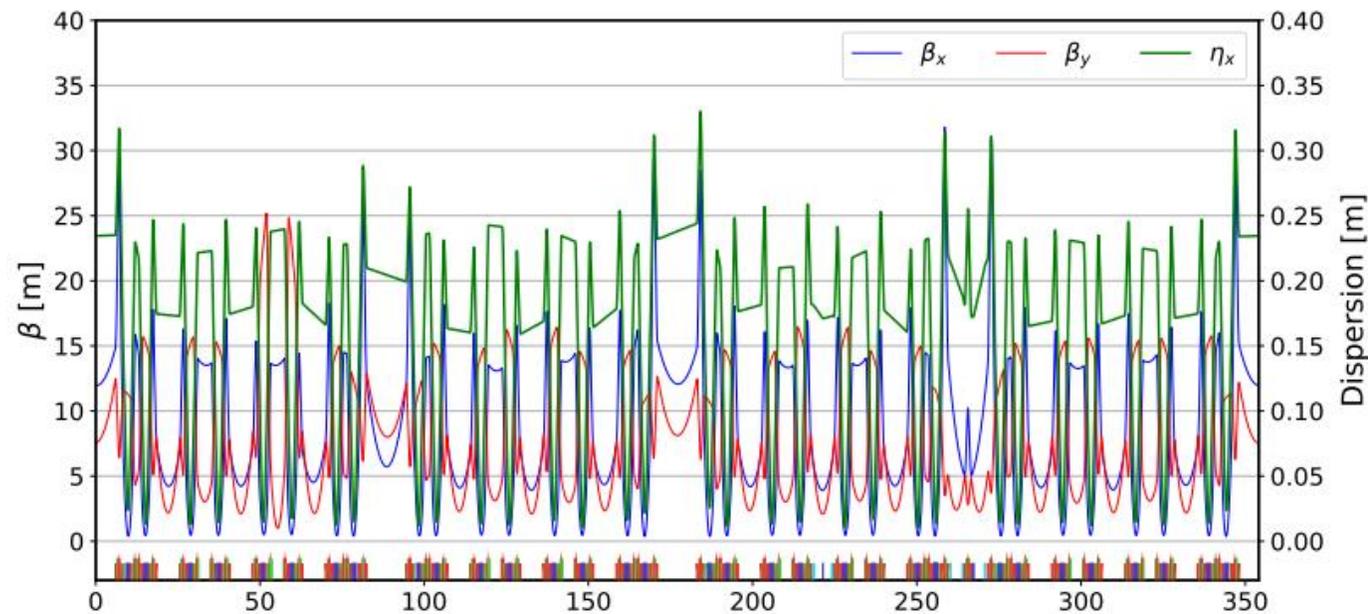
- ✓ 和传统的减小全环共振驱动项 (**Plan B**) 相比，减小共振驱动项起伏 (**Plan A**) 能够**更好地找到动力学孔径大的解区域**。
- ✓ 和直接以跟踪结果为目标 (**Plan C**) 相比，减小共振驱动项起伏 (**Plan A**) **计算速度快了4个数量级**。

# SOLEIL 储存环lattice的优化与实验

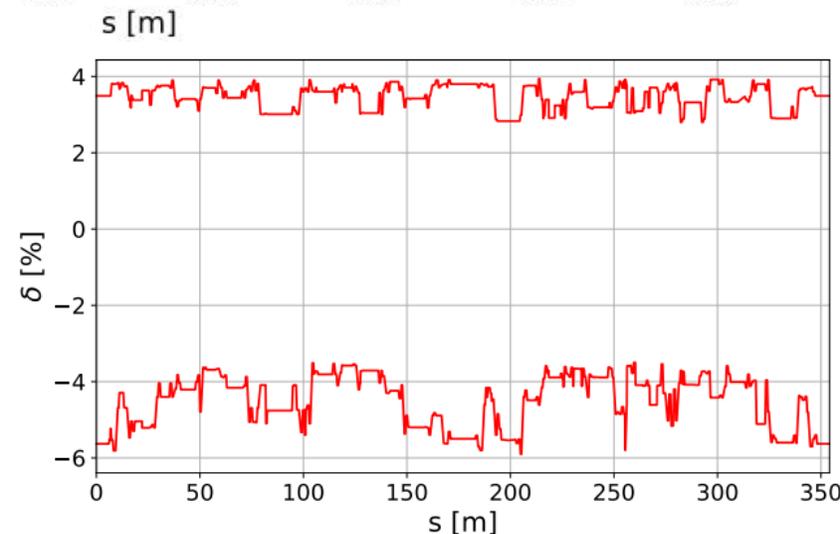
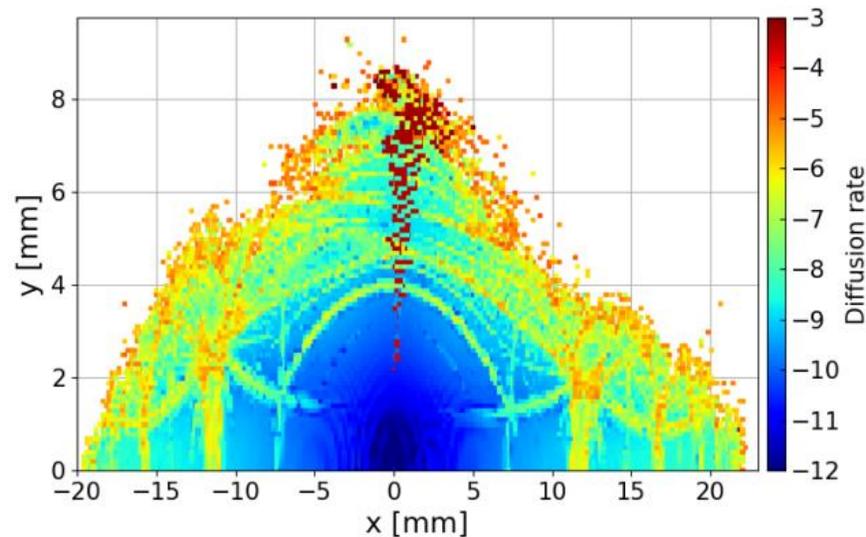


中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

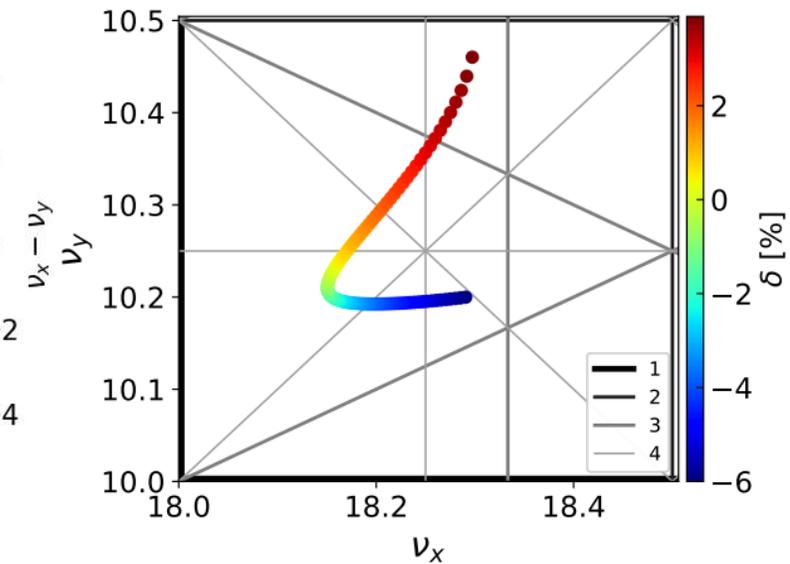
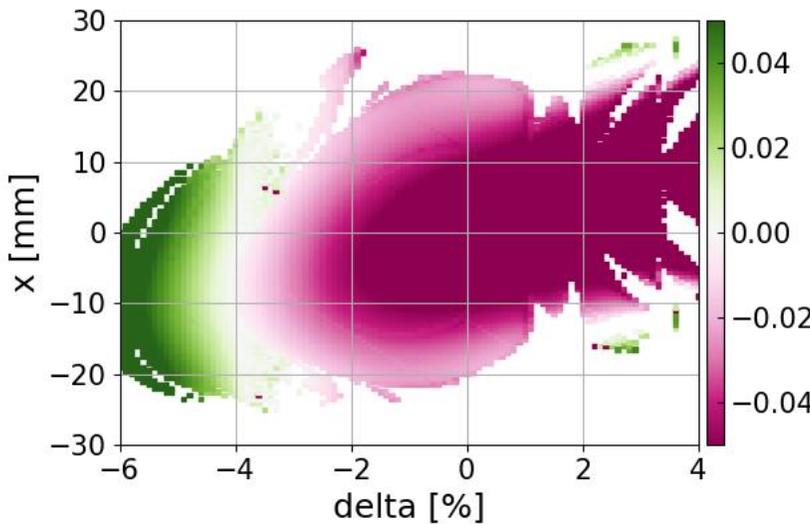
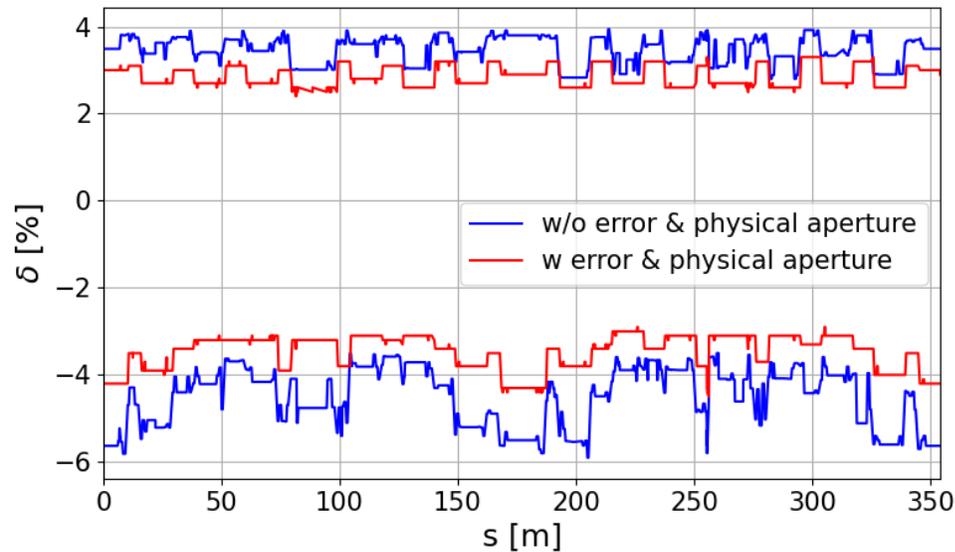
束流能量 (GeV)	2.739
周长 (m)	354.097
自然发射度 (nm rad)	3.9
工作点 ( $\nu_x, \nu_y$ )	(18.1565, 10.2282)
色品 ( $\xi_x, \xi_y$ )	(1.3, 2.5)
动量紧缩因子 (一阶、二阶)	$4.182 \times 10^{-4}$ , $4.675 \times 10^{-3}$
单圈辐射能量 (keV)	934.59
自然能散 $\sigma_\delta$	$1.017 \times 10^{-3}$
阻尼分配数 ( $j_x, j_y, j_s$ )	1.0028, 1, 1.9972



SOLEIL 储存环动力学孔径表现较好, 但动量孔径仍然有提升空间 (RF 接受度约为-6%~4%)



## 非线性参考解的偏能动力学分析



- 对于理想 lattice，动量孔径主要是由  $\delta$  偏高时较小的偏能动力学孔径所限制。

非线性效应较强，且偏能 tune 接近半整数共振，导致偏能动力学孔径较小。

- 考虑误差和物理孔径之后，动量孔径主要受  $\delta$  偏低时跨越的耦合共振所限制。

垂直方向物理孔径仅为  $\pm 3$  mm，水平方向较大的振幅耦合到垂直方向，造成粒子丢失。

## 双目标优化SOLEIL储存环lattice非线性动力学

### 优化标能动力学

减小标能  
共振驱动项起伏

约束随振幅和随  
能量的频移, 避  
开危险的共振线

增大标能  
动力学孔径

提升束流注  
入效率

### 优化偏能动力学

减小不同能量偏差下的  
偏能共振驱动项起伏

增大不同能量偏差下的  
偏能动力学孔径

增大动量孔径

提升束流寿命

$\delta = -6\%, -5\%, -4\%, -3\%,$   
 $-2\%, -1\%, 1\%, 2\%, 3\%, 4\%.$

# SOLEIL 储存环 lattice 的优化与实验

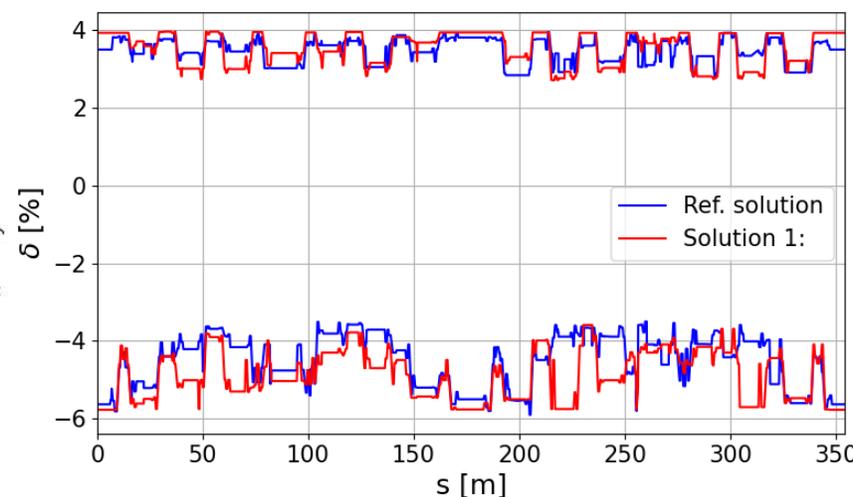
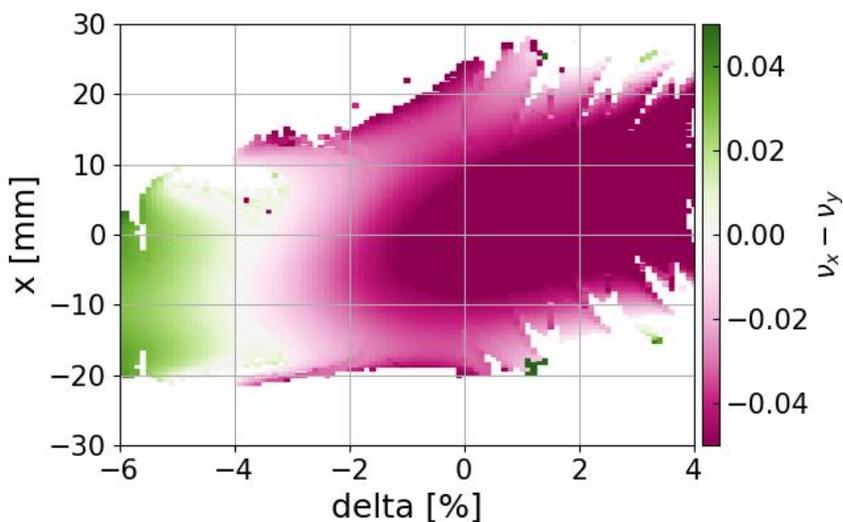
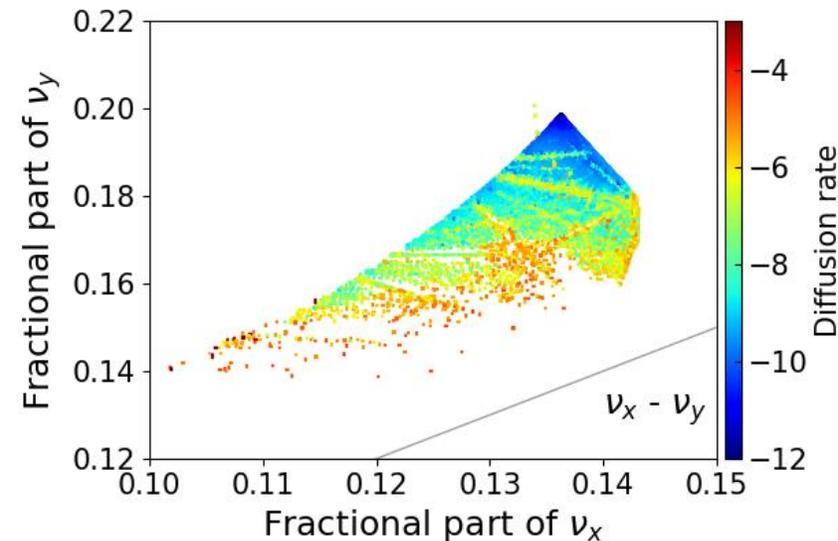
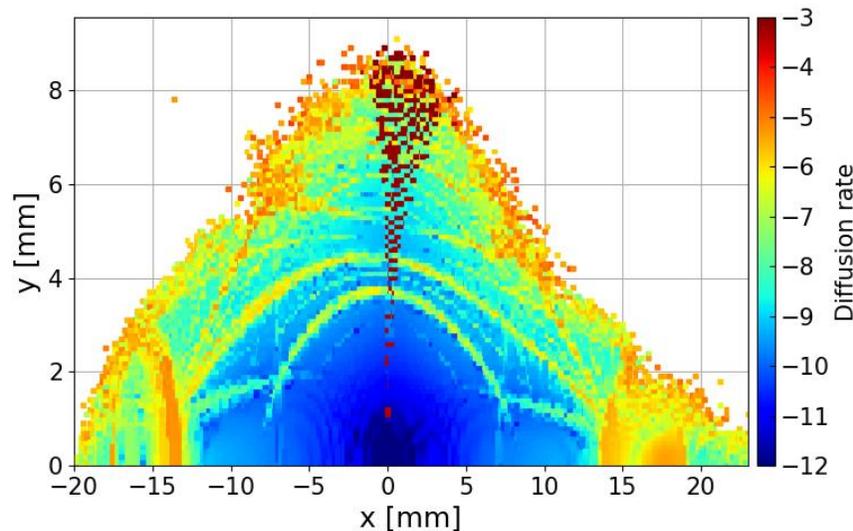


中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

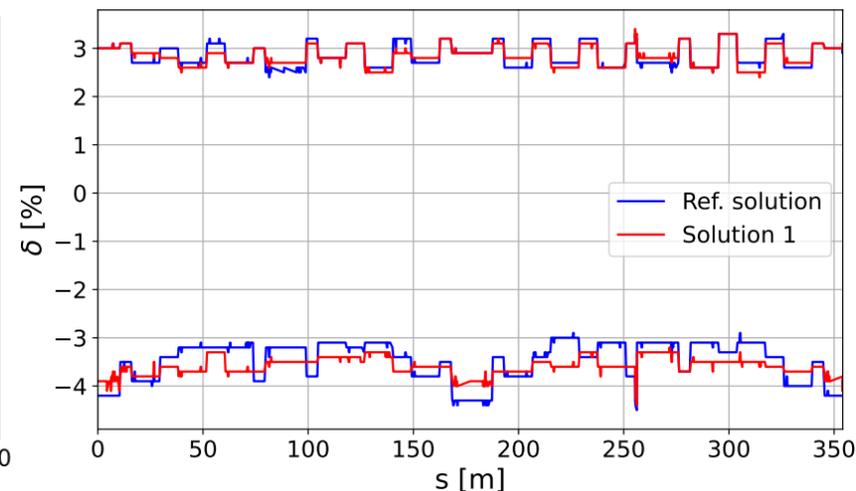
## 优化解1

更侧重于优化**标能**。

- 约束工作点位置以及随振幅的频移, 使  $x$  在 20 mm 之内不跨越耦合共振。
- 约束随能量的频移不跨越三阶共振  $\nu_x - 2\nu_y$



理想 lattice 动量孔径



考虑误差和物理孔径之后的动量孔径

# SOLEIL 储存环 lattice 的优化与实验

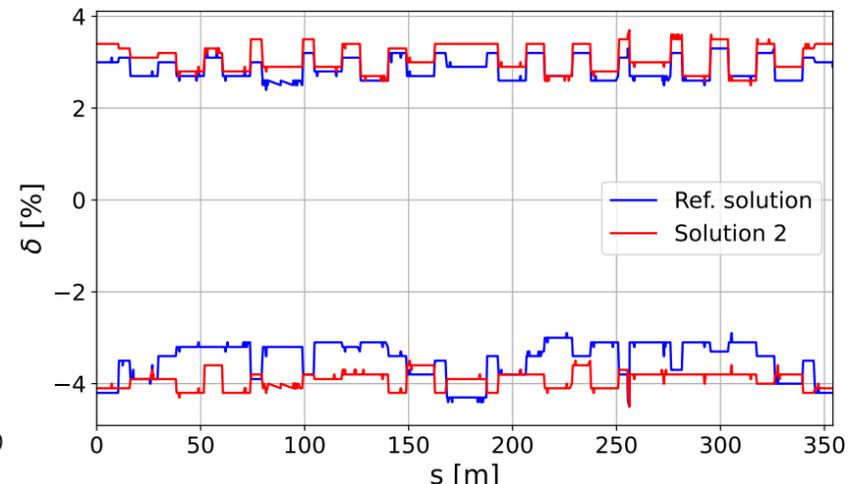
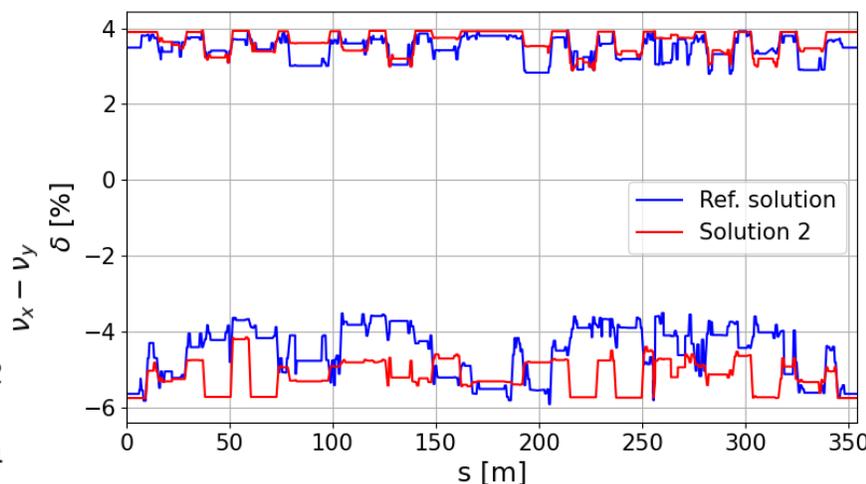
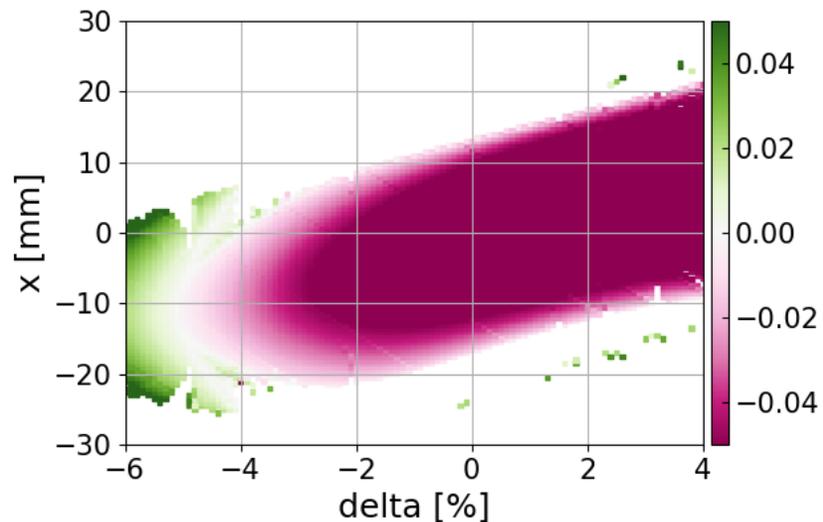
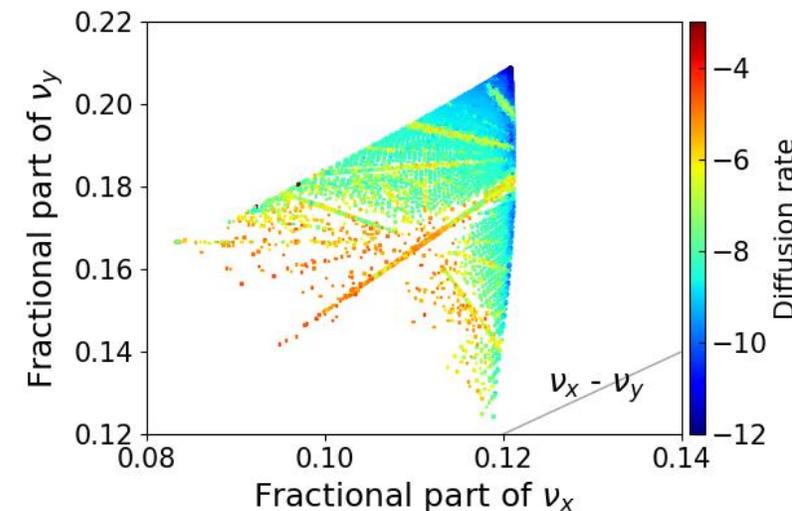
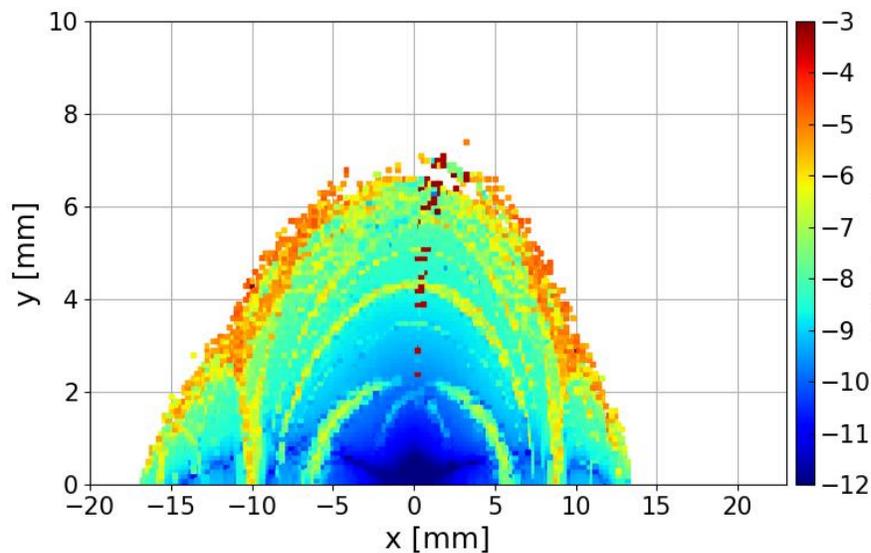


中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

## 优化解2

更侧重于优化偏能。

- 约束工作点位置以及随振幅的频移，使  $x$  在 15mm 之内不跨越耦合共振。
- 约束随能量的频移不跨越三阶共振  $\nu_x - 2\nu_y$ ，在  $\delta$  小于 -4% 以前不跨越耦合共振。



理想 lattice 动量孔径

考虑误差和物理孔径之后的动量孔径

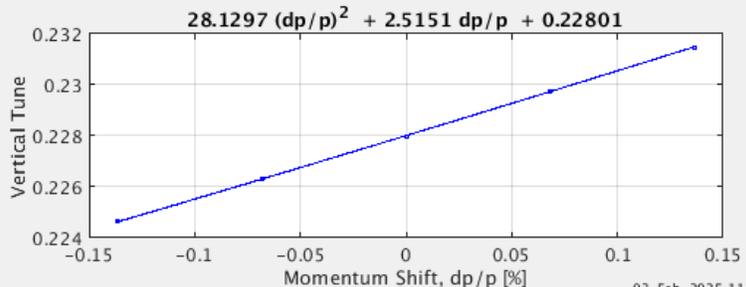
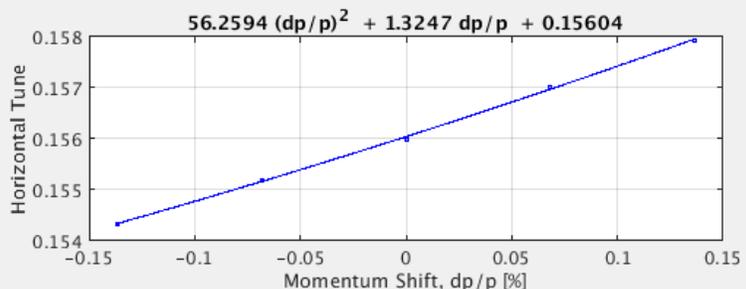
# SOLEIL 储存环 lattice 的优化与实验



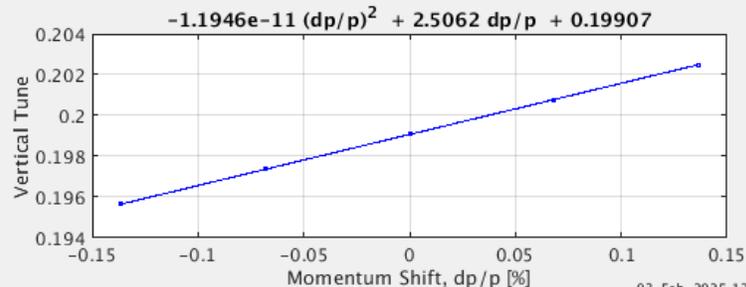
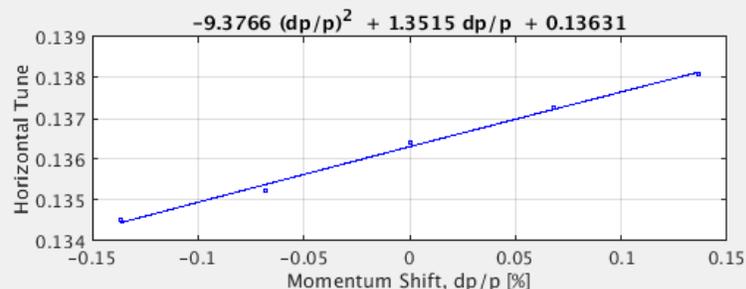
## (2) 优化结果的实验验证：测量束流寿命与注入效率

插入件间隙 gap 调至最大，以尽量减小插入件磁场影响，刮束器闭合（垂直方向间隙为  $\pm 3$  mm）。

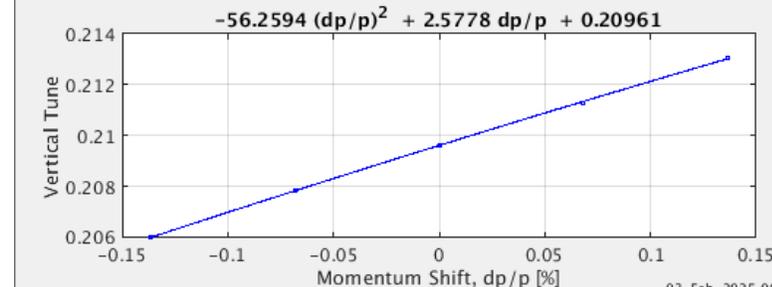
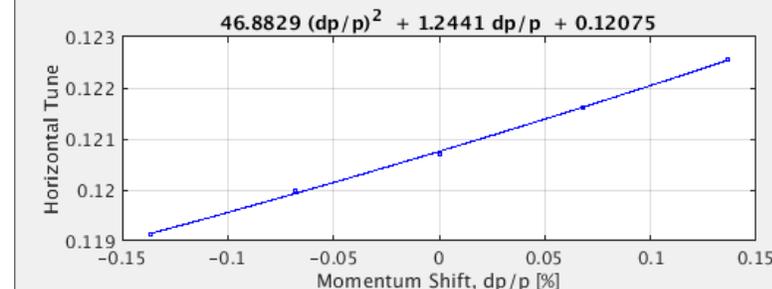
➤ 首先在低流强模式下测量工作点和色品以验证参数设置正确：



非线性参考解



优化解 1



优化解 2

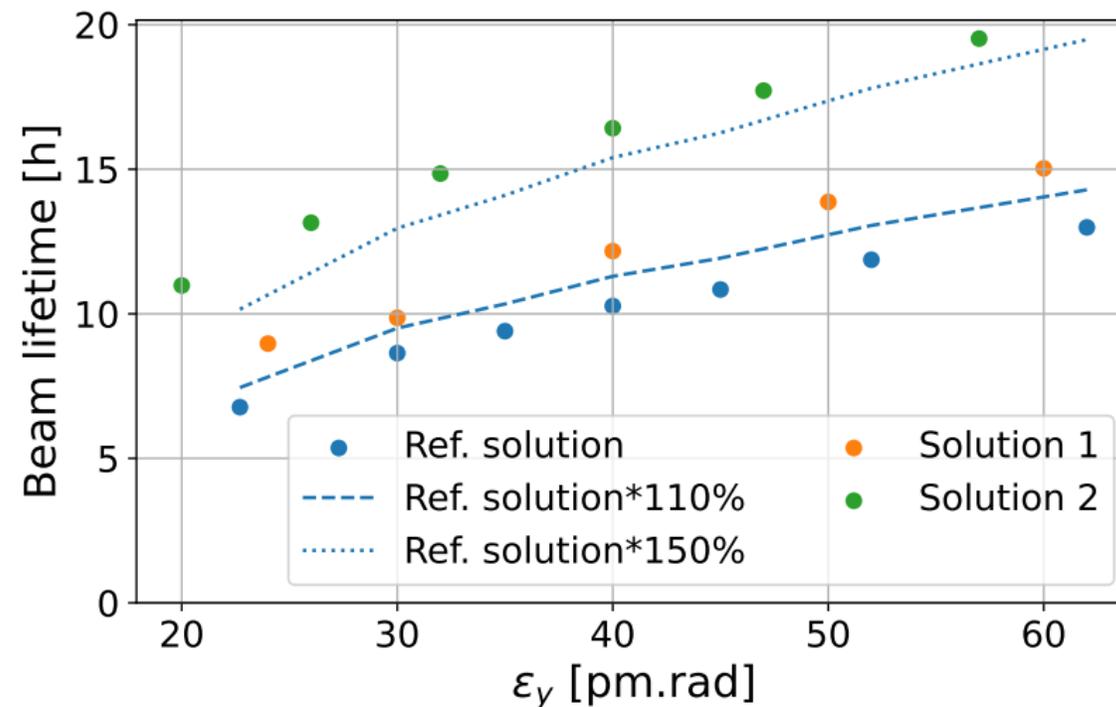
# SOLEIL 储存环 lattice 的优化与实验



- 在低流强模式下测量注入效率：

	参考解	优化解 1	优化解 2
注入效率	70%	75%	70%

- 在  $\frac{1}{4}$  填充模式，总流强为 125 mA（单束团流强为 1.2 mA）的条件下，通过白噪声反馈系统改变束流垂直尺寸，测量不同垂直发射度下的束流寿命。



和非线性参考解相比，优化解 1 的注入效率从 70% 提升至 75%，束流寿命提升超过 10%；优化解 2 的注入效率保持在当前水平，束流寿命提高 50% 以上。

- 研究背景
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学分析
- 基于共振驱动项起伏的非线性动力学优化
- **总结**

- 减小共振驱动项沿纵向位置的起伏比常用的减小全环共振驱动项能更显著有效地增大动力学孔径，并且还能增强其内部粒子的运动稳定性
- 减小低阶共振驱动项起伏可有效控制高阶非线性驱动项。
- 利用偏能共振驱动项及其起伏，可以直接有效地优化偏能非线性动力学；
- 基于减小共振驱动项起伏的非线性动力学优化方法可高效地提高非线性动力学性能，相关优化结果得到了实验验证。



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

谢谢!

