

应用QCD求和规则研究四夸克态的性质

王志刚

华北电力大学(保定)数理系

保定 071003

zgwang@aliyun.com

报告提纲

- 引言
- QCD求和规则一般计算步骤
- QCD求和规则中参数的选取
- 散射态的贡献，求和规则可信度问题
- 双夸克-反双夸克型四夸克态质量谱的计算
- 色单态-色单态型四夸克态质量谱的计算
- 总结

1 引言

自2003年，Belle数据组在 $B \rightarrow XK$, $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ 衰变中发现 $X(3872)$ 以来，世界各大数据组陆续发现了许多类粲介子。

粗略地说，对现有的类粲介子大概有五种解释：

1. 反色三重态-色三重态型四夸克态(即双夸克-反双夸克型四夸克态) ✓
2. 色单态-色单态型四夸克态(分子态) ✓
3. 阈值效应，散射效应，Cusp效应
4. 混杂态 ✓
5. 强子粲偶素(即 $c\bar{c}q\bar{q}$ 型四夸克态) ✓ .

内容丰富的综述

H.X.Chen et al, Phys.Rept.**639**(2016)1.

R.F.Lebed et al, Prog.Part.Nucl.Phys.**93**(2017)143.

A.Esposito et al, Phys.Rept.**668**(2017)1.

F.K.Guo et al, Rev.Mod.Phys.**90**(2018)015004.

A.Ali et al, Prog.Part.Nucl.Phys.**97**(2017)123.

S.L.Olsen et al, Rev.Mod.Phys.**90**(2018)015003.

R.M.Albuquerque et al, J.Phys.**G46**(2019)093002.

Y.R.Liu et al, Prog.Part.Nucl.Phys.**107**(2019)237.

N.Brambilla et al, Phys.Rept.**873**(2020)1.

M.Z.Liu et al, arXiv:2404.06399[hep-ph]

2 QCD求和规则一般计算步骤

1. 双夸克-反双夸克型四夸克态。从夸克出发，可以构造标量、赝标、矢量、轴矢、张量双夸克算符，进而构造四夸克流，来研究四夸克态。

$\varepsilon^{ijk} q_j^T C \Gamma q'_k$, where $C \Gamma = C \gamma_5, C, C \gamma_\mu \gamma_5, C \gamma_\mu$ and $C \sigma_{\mu\nu}$ (or $C \sigma_{\mu\nu} \gamma_5$) for the scalar (S), pseudoscalar (P), vector (V), axialvector (A) and tensor (T) diquarks, respectively, the i, j, k are color indexes.

The tensor diquarks have both $J^P = 1^+$ and 1^- components, we project out them explicitly, and denote the corresponding $J^P = 1^+$ and 1^- diquarks as \tilde{A} and \tilde{V} , respectively.

● 四夸克态-流对应关系: Phys.Rev. D102 (2020) 014018

Z_c	J^{PC}	Currents
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_S$	0^{++}	$J_{SS}(x)$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	0^{++}	$J_{AA}(x)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	$J_{\tilde{A}\tilde{A}}(x)$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	0^{++}	$J_{VV}(x)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	$J_{\tilde{V}\tilde{V}}(x)$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_P$	0^{++}	$J_{PP}(x)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	$J_{-, \mu}^{SA}(x)$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	1^{+-}	$J_{-, \mu\nu}^{AA}(x)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	$J_{-, \mu\nu}^{SA}(x)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	$J_{-, \mu}^{\tilde{A}A}(x)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	$J_{-, \mu}^{\tilde{V}V}(x)$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	1^{+-}	$J_{-, \mu\nu}^{VV}(x)$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{+-}	$J_{-, \mu}^{PV}(x)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	$J_{+, \mu}^{SA}(x)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	$J_{+, \mu\nu}^{SA}(x)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	$J_{+, \mu}^{\tilde{V}V}(x)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	$J_{+, \mu}^{\tilde{A}A}(x)$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{++}	$J_{+, \mu}^{PV}(x)$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	2^{++}	$J_{+, \mu\nu}^{AA}(x)$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	2^{++}	$J_{+, \mu\nu}^{VV}(x)$

2. 色单态-色单态型四夸克态。从夸克出发，可以构造标量、赝标、矢量、轴矢、张量色单态算符，进而构造四夸克流，研究四夸克态。

$\bar{q}\Gamma q'$, where $\Gamma = 1, i\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_\mu\gamma_5$ and $\sigma_{\mu\nu}$

对于色单态-色单态型的隐粲四夸克流，

一般形式： $\bar{q}(x)\Gamma c(x)\bar{c}(x)\Gamma'q'(x)$

关联函数

对于隐粲(或隐美或双重)四夸克流 $J(x)$,

$$\Pi(p^2) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ J(x) J^\dagger(0) \} | 0 \rangle, \quad (1)$$

做维克收缩, 得到四个完全传播子, 两个重夸克传播子, 两个轻夸克传播子。如果每个重夸克传播子贡献一个胶子, 每个轻夸克传播子贡献一个夸克对, 则得到一个维度为10的算符, 所以算符乘积展开应该到维度为10的真空凝聚。

完成算符乘积展开后，通过色散关系，得到夸克胶子层次上的谱密度。

$$\Pi(p^2) = \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s - p^2}}_{\text{基态贡献}} + \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s - p^2}}_{\text{连续态与激发态的贡献}}, \quad (2)$$

s_0 为连续态阈值参数，第一项为基态贡献，第二项为连续态与激发态的贡献。

最高维凝聚，对四夸克态来说，即维度为10的凝聚，对基态的贡献大约为1%左右。

基态贡献，即极点项贡献，大约(40-60)%，中心值大于50%，这就是极点为主。

在强子层次，关联函数照样可以写成：

$$\begin{aligned}\Pi(p^2) &= \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \frac{\text{Im}\Pi_H(s)}{s - p^2}}_{\frac{\lambda_Z^2}{M_Z^2 - p^2}} + \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi_H(s)}{s - p^2}}_{\frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi_H(s)}{s - p^2}}, \\ &= \frac{\lambda_Z^2}{M_Z^2 - p^2} + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\text{Im}\Pi_H(s)}{s - p^2}\end{aligned}\quad (3)$$

where $\langle 0|J(0)|Z_c(p)\rangle = \lambda_Z$.

完成强子-夸克对偶：

$$\frac{\lambda_Z^2}{M_Z^2 - p^2} = \frac{1}{\pi} \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{s - p^2}.\quad (4)$$

做布萊爾变换：

$$\lambda_Z^2 \exp\left(-\frac{M_Z^2}{T^2}\right) = \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \frac{\text{Im}\Pi(s)}{\pi} \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right) \quad (5)$$

消去极点留数：

$$M_Z^2 = -\frac{\frac{d}{d\tau} \int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \text{Im}\Pi(s) \exp(-s\tau)}{\int_{4m_Q^2}^{s_0} ds \text{Im}\Pi(s) \exp(-s\tau)} \Big|_{\tau=\frac{1}{T^2}} \cdot \quad (6)$$

3 QCD求和规则中参数的选取

The correlation functions $\Pi(p^2)$ do not depend on the energy scale μ , that is

$$\frac{d}{d\mu}\Pi(p^2) = 0, \quad (7)$$

但并不能保证基态贡献不依赖能标, $\rho_{QCD}(s, \mu) = \frac{\text{Im}\Pi(s)}{\pi}$,

$$\frac{d}{d\mu} \int_{4m_Q^2(\mu)}^{s_0} ds \frac{\rho_{QCD}(s, \mu)}{s - p^2} \rightarrow 0, \quad (8)$$

due to the following two reasons inherited from the QCD sum rules:

- 微扰修正项被略去, 高维真空凝聚因子化为低维真空凝聚, 高维真空凝聚的能标依赖性被修正了;
- 引入截断 s_0 , 阈值 $4m_Q^2(\mu)$ 和连续态阈值 s_0 之间的关联是未知的, 强子-夸克对偶只是一个假设。

我们得不到不依赖于能标的QCD求和规则, 但我们有一个经验的能标公式, 可以协调地把QCD谱密度的能标定下来。

We perform the Borel transformation with respect to the variable $P^2 = -p^2$ and obtain

$$\int_{4m_Q^2(\mu)}^{s_0} ds \frac{\rho_{QCD}(s, \mu)}{s - p^2} \rightarrow \int_{4m_Q^2(\mu)}^{s_0} ds \frac{\rho_{QCD}(s, \mu)}{T^2} \exp\left(-\frac{s}{T^2}\right). \quad (9)$$

Now the QCD sum rules have two typical energy scales $\underbrace{\mu^2 \text{ and } T^2}$, where the T^2 is the Borel parameter. The integrals in Eq.(9) are sensitive to the heavy quark masses m_Q .

重夸克质量的变化，或者说能标的变化，可以引起积分区间 $\underbrace{4m_Q^2(\mu) - s_0}$ 和QCD谱密度 $\underbrace{\rho_{QCD}(s, \mu)}$ 的变化，这也就引起布萊尔窗口的变化，并由此产生强子质量和极点留数的变化。具体的计算表明：微小的重夸克质量 m_Q 变化，可以起比较大强子质量变化。

从上面的分析，我们可以得出结论：能标的选取很重要，对结果影响很大。

我们采用双势阱模型来描述四夸克系统 $q\bar{q}'Q\bar{Q}$ 。在四夸克系统 $q\bar{q}'Q\bar{Q}$ 中，重夸克 Q 作为一个静态的势阱，吸引轻夸克 q 形成反色三重态的双夸克态 D_{qQ}^i ,

$$q + Q \rightarrow D_{qQ}^i, \quad (10)$$

或者吸引轻夸克 \bar{q}' 形成色单态或者色八重态，

$$\bar{q}' + Q \rightarrow \bar{q}'Q (\bar{q}'\lambda^a Q). \quad (11)$$

重夸克 \bar{Q} 作为另外一个静态势阱，吸引轻夸克 \bar{q}' 形成色三重态的双夸克态 $D_{\bar{q}'\bar{Q}}^i$,

$$\bar{q}' + \bar{Q} \rightarrow D_{\bar{q}'\bar{Q}}^i, \quad (12)$$

或者吸引轻夸克 q ，形成色单态或者色八重态，

$$q + \bar{Q} \rightarrow \bar{Q}q (\bar{Q}\lambda^a q), \quad (13)$$

where the i is color index, the λ^a is Gell-Mann matrix.

Then

$$\begin{aligned}\mathcal{D}_{qQ}^i + \mathcal{D}_{\bar{q}'\bar{Q}}^i &\rightarrow \bar{3}3 - \text{type tetraquark states,} \\ \bar{q}'Q + \bar{Q}q &\rightarrow 11 - \text{type tetraquark states,} \\ \bar{q}'\lambda^a Q + \bar{Q}\lambda^a q &\rightarrow 88 - \text{type tetraquark states,}\end{aligned}\quad (14)$$

the two heavy quarks Q and \bar{Q} stabilize the four-quark systems $q\bar{q}'Q\bar{Q}$.

这也就导致了隐粲和隐美四夸克态的QCD求和规则，可以同时满足极点为主和算符乘积展开收敛。

The heavy four-quark systems are characterized by the effective heavy quark masses M_Q (or constituent quark masses) and the **virtuality** $V = \sqrt{M_{X/Y/Z}^2 - (2M_Q)^2}$, where the $X/Y/Z$ denote the four-quark systems $q\bar{q}'Q\bar{Q}$.

四夸克态 $Q\bar{Q}q'\bar{q}$ 的QCD求和规则有三个特征能标： μ^2 ， T^2 ， V^2 。

我们很自然地取

$$\mu^2 = V^2 = M_{X/Y/Z}^2 - (2M_Q)^2 = \mathcal{O}(T^2). \quad (15)$$

我们首次研究了四夸克态 $q\bar{q}'Q\bar{Q}$ 的QCD求和规则的能标依赖性，发现能标公式 Eq.(15) 适用于所有四夸克系统 $q\bar{q}'Q\bar{Q}$ 与五夸克系统 $qq'q''Q\bar{Q}$ 。

我们把所有夸克质量和真空凝聚演化到这个特定的能标 μ ，然后提取强子质量 $M_{X/Y/Z}$ 和极点留数。或者说 μ 和 $M_{X/Y/Z}$ 满足一个特定的关系，参数 M_Q 是一定的，对所有过程适用。

The vacuum condensates are taken to be the standard values $\langle \bar{q}q \rangle = -(0.24 \pm 0.01 \text{ GeV})^3$, $\langle \bar{s}s \rangle = (0.8 \pm 0.1)\langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle = m_0^2\langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \bar{s}g_s\sigma Gs \rangle = m_0^2\langle \bar{s}s \rangle$, $m_0^2 = (0.8 \pm 0.1) \text{ GeV}^2$, $\langle \frac{\alpha_s GG}{\pi} \rangle = (0.33 \text{ GeV})^4$ at the energy scale $\mu = 1 \text{ GeV}$.

并考虑随能标的演化：

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}q \rangle(\mu) &= \langle \bar{q}q \rangle(1\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(1\text{GeV})}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{12}{33-2n_f}}, \\ \langle \bar{s}s \rangle(\mu) &= \langle \bar{s}s \rangle(1\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(1\text{GeV})}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{12}{33-2n_f}}, \\ \langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle(\mu) &= \langle \bar{q}g_s\sigma Gq \rangle(1\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(1\text{GeV})}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{2}{33-2n_f}}, \\ \langle \bar{s}g_s\sigma Gs \rangle(\mu) &= \langle \bar{s}g_s\sigma Gs \rangle(1\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(1\text{GeV})}{\alpha_s(\mu)} \right]^{\frac{2}{33-2n_f}}, \end{aligned} \quad (16)$$

We take the \overline{MS} masses $\underbrace{m_c(m_c) = (1.275 \pm 0.025) \text{ GeV}}$, $\underbrace{m_b(m_b) = (4.18 \pm 0.03) \text{ GeV}}$ and $\underbrace{m_s(\mu = 2 \text{ GeV}) = (0.095 \pm 0.005) \text{ GeV}}$ from the Particle Data Group, and take into account the energy-scale dependence of the \overline{MS} masses from the renormalization group equation,

$$\begin{aligned}
 m_Q(\mu) &= m_Q(m_Q) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_Q)} \right]^{\frac{12}{33-2n_f}}, \\
 m_s(\mu) &= m_s(2\text{GeV}) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(2\text{GeV})} \right]^{\frac{12}{33-2n_f}}, \\
 \alpha_s(\mu) &= \frac{1}{b_0 t} \left[1 - \frac{b_1 \log t}{b_0^2 t} + \frac{b_1^2 (\log^2 t - \log t - 1) + b_0 b_2}{b_0^4 t^2} \right]. \quad (17)
 \end{aligned}$$

4 双粒子散射态的贡献, QCD求和规则的可信度问题

举例说明: 色单态-色单态型四夸克轴矢流 $J_\mu(x)$,

$$J_\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}(x) i\gamma_5 c(x) \bar{c}(x) \gamma_\mu d(x) + \bar{u}(x) \gamma_\mu c(x) \bar{c}(x) i\gamma_5 d(x) \right] \quad (18)$$

可以进行玻色化, 在强子层次, 写成如下形式:

$$\begin{aligned} J_\mu(x) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f_D m_D^2}{m_c} f_{D^*} m_{D^*} \left[D^0(x) D_\mu^{*-}(x) + D_\mu^{*0}(x) D^-(x) \right] \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f_D m_D^2}{m_c} f_{D_0} \left[D^0(x) i\partial_\mu D_0^-(x) + i\partial_\mu D_0^0(x) D^-(x) \right] \\ & + \lambda_Z Z_{c,\mu}(x) + \dots, \end{aligned} \quad (19)$$

从中可以看出, $J_\mu(x)$ 不光与轴矢四夸克态 Z_c 有耦合, 而且与介子对也有耦合。

具体计算表明，在强子层次，介子对的贡献，可以等效为对 Z_c 贡献一个有限的宽度，这个有限宽度的效应，可以吸收进极点留数 λ_Z 里面，而不影响质量。

取两个极限：单纯介子对的贡献，不能满足求和规则；单纯四夸克态的贡献，可以满足求和规则。(Phys.Rev. D101 (2020) 074011)

深层次原因(arXiv:2102.07520)，无论介子还是多夸克态，都有平均半径 $\langle r \rangle$ 。我们用定域流 $J_\mu(x)$ ，四个价夸克处于同一空间位置，形不成介子对，但四个价夸克作为一个整体，可以与 Z_c 有耦合。进行玻色化时，

$$\begin{aligned}
 J_\mu(x) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f_D m_D^2}{m_c} f_{D^*} m_{D^*} [D^0(x) D_\mu^{*-}(x) + D_\mu^{*0}(x) D^-(x)] (\times) \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f_D m_D^2}{m_c} f_{D_0} [D^0(x) i\partial_\mu D_0^-(x) + i\partial_\mu D_0^0(x) D^-(x)] (\times) \\
 & + \lambda_Z Z_{c,\mu}(x) (\sqrt{}) + \dots
 \end{aligned} \tag{20}$$

5 QCD求和规则对双夸克-反双夸克型四夸克态质量谱的计算

首先给出夸克结构、 J^{PC} 、布莱尔参数、QCD谱密度能标(满足能标公式)、阈值参数、极点贡献、最高维凝聚贡献

其次给出质量的理论值以及对现有X、Y、Z粒子的可能确认。**还有实验检验。**

• Phys.Rev.D102(2020)014018 (基态粒子)

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$ D(10) $
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_S$	0^{++}	2.7 – 3.1	4.40 ± 0.10	1.3	(40 – 63)%	$< 1\%$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	0^{++}	2.8 – 3.2	4.52 ± 0.10	1.5	(40 – 63)%	$\leq 1\%$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	3.1 – 3.5	4.55 ± 0.10	1.6	(42 – 62)%	$< 1\%$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	0^{++}	3.7 – 4.1	5.22 ± 0.10	2.9	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	4.9 – 5.7	5.90 ± 0.10	3.9	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_P$	0^{++}	5.2 – 6.0	6.03 ± 0.10	4.1	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	2.7 – 3.1	4.40 ± 0.10	1.4	(40 – 63)%	$< 1\%$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	1^{+-}	3.3 – 3.7	4.60 ± 0.10	1.7	(40 – 59)%	$\ll 1\%$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	3.3 – 3.7	4.60 ± 0.10	1.7	(40 – 59)%	$\ll 1\%$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	3.2 – 3.6	4.60 ± 0.10	1.7	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	3.7 – 4.1	5.25 ± 0.10	2.9	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	1^{+-}	5.1 – 5.9	6.00 ± 0.10	4.1	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{+-}	5.1 – 5.9	6.00 ± 0.10	4.1	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	2.7 – 3.1	4.40 ± 0.10	1.4	(40 – 62)%	$\ll 1\%$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	3.3 – 3.7	4.60 ± 0.10	1.7	(40 – 59)%	$\ll 1\%$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	2.8 – 3.2	4.62 ± 0.10	1.8	(40 – 63)%	$< 2\%$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	4.6 – 5.3	5.73 ± 0.10	3.7	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{++}	5.1 – 5.9	6.00 ± 0.10	4.1	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	2^{++}	3.3 – 3.7	4.65 ± 0.10	1.8	(40 – 60)%	$< 1\%$
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	2^{++}	5.0 – 5.8	5.95 ± 0.10	4.0	(40 – 60)%	$\ll 1\%$

• Phys.Rev. D102 (2020) 014018; Chin.Phys. C44 (2020) 063105

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$M_Z(\text{GeV})$	Assignments	$Z'_c(X'_c)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_S$	0^{++}	3.88 ± 0.09	? X(3860)	
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	0^{++}	3.95 ± 0.09	? X(3915)	
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	3.98 ± 0.08		
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	0^{++}	4.65 ± 0.09		
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	5.35 ± 0.09		
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_P$	0^{++}	5.49 ± 0.09		
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	3.90 ± 0.08	? $Z_c(3900)$? $Z_c(4430)$
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	1^{+-}	4.02 ± 0.09	? $Z_c(4020/4055)$? $Z_c(4600)$
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{+-}	4.01 ± 0.09	? $Z_c(4020/4055)$? $Z_c(4600)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	4.02 ± 0.09	? $Z_c(4020/4055)$? $Z_c(4600)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	4.66 ± 0.10	? $Z_c(4600)$	
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	1^{+-}	5.46 ± 0.09		
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{+-}	5.45 ± 0.09		
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	3.91 ± 0.08	? X(3872)	
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{++}	4.02 ± 0.09	? $Z_c(4050)$	
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	4.08 ± 0.09	? $Z_c(4050)$	
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	5.19 ± 0.09		
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{++}	5.46 ± 0.09		
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	2^{++}	4.08 ± 0.09	? $Z_c(4050)$	
$[uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_V$	2^{++}	5.40 ± 0.09		

• Phys.Rev. D102 (2020) 014018

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$M_Z(\text{GeV})$	Assignments	$Z'_c(X'_c)$
$[uc]_A[\overline{dc}]_A$	0^{++}	3.95 ± 0.09	? $X(3915)$? $\chi_{c0}(4475)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	3.98 ± 0.08		? $\chi_{c0}(4475)$
$[uc]_V[\overline{dc}]_V$	0^{++}	4.65 ± 0.09	?? $\chi_{c0}(4710)$	
$[uc]_A[\overline{dc}]_A$	1^{+-}	4.02 ± 0.09	? $h_c(4000)$	
$[uc]_S[\overline{dc}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_S$	1^{+-}	4.01 ± 0.09	? $h_c(4000)$	
$[uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_A - [uc]_A[\overline{dc}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	4.02 ± 0.09	? $h_c(4000)$	
$[uc]_S[\overline{dc}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_S$	1^{++}	4.02 ± 0.09	? $\chi_{c1}(4010)$	
$[uc]_{\tilde{V}}[\overline{dc}]_V - [uc]_V[\overline{dc}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	4.08 ± 0.09	? $Z_c(4050)$? $\chi_{c1}(4650)$

利用PRD结果，解释LHCb新粒子 arXiv:2406.03156 [hep-ex]

arXiv:2407.12475 [hep-ex]

- Chin.Phys.C45 (2021) 073107; 基于SU(3)对称性破缺获得质量谱; Chin.Phys.C46 (2022) 123106

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$M_Z(\text{GeV})$	Assignments
$[uc]_S[\bar{sc}]_S$	0^{++}	3.97 ± 0.09	
$[uc]_A[\bar{sc}]_A$	0^{++}	4.04 ± 0.09	
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	4.07 ± 0.08	
$[uc]_V[\bar{sc}]_V$	0^{++}	4.74 ± 0.09	
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	5.44 ± 0.09	
$[uc]_P[\bar{sc}]_P$	0^{++}	5.58 ± 0.09	
$[uc]_S[\bar{sc}]_A - [uc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	3.99 ± 0.09	? $Z_{cs}(3985)$
$[uc]_A[\bar{sc}]_A$	1^{+-}	4.11 ± 0.09	? $Z_{cs}(4123)$
$[uc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	4.10 ± 0.09	? $Z_{cs}(4123)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A - [uc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	4.11 ± 0.09	? $Z_{cs}(4123)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V + [uc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	4.75 ± 0.10	
$[uc]_V[\bar{sc}]_V$	1^{+-}	5.55 ± 0.09	
$[uc]_P[\bar{sc}]_V + [uc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{+-}	5.54 ± 0.09	
$[uc]_S[\bar{sc}]_A + [uc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{++}	3.99 ± 0.09	? $Z_{cs}(3985)$
$[uc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{++}	4.11 ± 0.09	? $Z_{cs}(4123)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V - [uc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	4.17 ± 0.09	
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A + [uc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	5.28 ± 0.09	
$[uc]_P[\bar{sc}]_V - [uc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{++}	5.55 ± 0.09	
$[uc]_A[\bar{sc}]_A$	2^{++}	4.17 ± 0.09	
$[uc]_V[\bar{sc}]_V$	2^{++}	5.49 ± 0.09	

• arXiv:2407.08759[hep-ph] (隱粲隱奇異基态粒子)

X_c	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$ D(10) $
$[sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_S$	0^{++}	3.1 – 3.5	4.65 ± 0.10	1.4	(40 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{++}	3.1 – 3.5	4.70 ± 0.10	1.5	(39 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{s}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	3.4 – 3.9	4.75 ± 0.10	1.6	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_V$	0^{++}	4.0 – 4.5	5.40 ± 0.10	2.8	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{s}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	5.2 – 6.1	6.05 ± 0.10	3.7	(40 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{++}	5.2 – 6.1	6.10 ± 0.10	3.8	(40 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_S^*$	0^{++}	2.8 – 3.2	4.50 ± 0.10	1.3	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_A^*$	0^{++}	2.7 – 3.1	4.55 ± 0.10	1.3	(39 – 62)%	$\leq 1\%$
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{s}\bar{c}]_{\tilde{A}}^*$	0^{++}	3.0 – 3.5	4.60 ± 0.10	1.4	(39 – 62)%	$\ll 1\%$
$[sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_V^*$	0^{++}	3.6 – 4.1	5.25 ± 0.10	2.6	(40 – 62)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{s}\bar{c}]_{\tilde{V}}^*$	0^{++}	4.7 – 5.4	5.86 ± 0.10	3.5	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_P^*$	0^{++}	4.8 – 5.6	5.95 ± 0.10	3.7	(40 – 61)%	$\ll 1\%$

不带星号, 1S与2S能级差中心值小于0.60GeV
带星号, 1S与2S能级差中心值小于0.55GeV.

• arXiv:2407.08759[hep-ph] (隱粲隱奇異基态粒子)

X_c	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$ D(10) $
$[sc]_S[\bar{sc}]_A - [sc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	$3.2 - 3.7$	4.70 ± 0.10	1.5	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_A[\bar{sc}]_A$	1^{+-}	$3.4 - 3.8$	4.76 ± 0.10	1.6	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} - [sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	$3.4 - 3.9$	4.76 ± 0.10	1.6	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A - [sc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	$3.4 - 3.8$	4.76 ± 0.10	1.6	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V + [sc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	$4.0 - 4.5$	5.40 ± 0.10	2.8	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_V[\bar{sc}]_V$	1^{+-}	$5.4 - 6.3$	6.16 ± 0.10	3.8	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_P[\bar{sc}]_V + [sc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{+-}	$4.6 - 5.3$	5.70 ± 0.10	3.2	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_S[\bar{sc}]_A + [sc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{++}	$3.2 - 3.6$	4.70 ± 0.10	1.5	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} + [sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{++}	$3.4 - 3.9$	4.76 ± 0.10	1.6	(39 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V - [sc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	$3.2 - 3.6$	4.86 ± 0.10	1.9	(40 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A + [sc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	$4.9 - 5.8$	5.93 ± 0.10	3.5	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_P[\bar{sc}]_V - [sc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{++}	$4.6 - 5.4$	5.70 ± 0.10	3.2	(39 – 61)%	$\ll 1\%$
$[sc]_A[\bar{sc}]_A$	2^{++}	$3.5 - 4.0$	4.82 ± 0.10	1.8	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$[sc]_V[\bar{sc}]_V$	2^{++}	$5.1 - 6.0$	6.05 ± 0.10	3.7	(40 – 61)%	$\ll 1\%$

● arXiv:2407.08759 [hep-ph] (隱粲隱奇異基态粒子)

X_c	J^{PC}	$M_X(\text{GeV})$	Assignments	X'_c
$[sc]_S[\overline{sC}]_S$	0^{++}	4.08 ± 0.09		
$[sc]_A[\overline{sC}]_A$	0^{++}	4.13 ± 0.09		? X(4700)
$[sc]_{\tilde{A}}[\overline{sC}]_{\tilde{A}}$	0^{++}	4.16 ± 0.09		? X(4700)
$[sc]_V[\overline{sC}]_V$	0^{++}	4.82 ± 0.09		
$[sc]_{\tilde{V}}[\overline{sC}]_{\tilde{V}}$	0^{++}	5.46 ± 0.10		
$[sc]_P[\overline{sC}]_P$	0^{++}	5.54 ± 0.10		
$[sc]_S[\overline{sC}]_S^*$	0^{++}	3.99 ± 0.09	? X(3960)	? X(4500)
$[sc]_A[\overline{sC}]_A^*$	0^{++}	4.04 ± 0.09		
$[sc]_{\tilde{A}}[\overline{sC}]_{\tilde{A}}^*$	0^{++}	4.08 ± 0.08		
$[sc]_V[\overline{sC}]_V^*$	0^{++}	4.70 ± 0.09	? X(4700)	
$[sc]_{\tilde{V}}[\overline{sC}]_{\tilde{V}}^*$	0^{++}	5.37 ± 0.11		
$[sc]_P[\overline{sC}]_P^*$	0^{++}	5.47 ± 0.11		

不带星号, 1S与2S能级差中心值小于0.60GeV
带星号, 1S与2S能级差中心值小于0.55GeV.

• arXiv:2407.08759 [hep-ph] (隱粲隱奇異基态粒子)

X_c	J^{PC}	$M_X(\text{GeV})$	Assignments	X'_c
$[sc]_S[\bar{sc}]_A - [sc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	4.11 ± 0.10		
$[sc]_A[\bar{sc}]_A$	1^{+-}	4.17 ± 0.08		
$[sc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} - [sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{+-}	4.17 ± 0.09		
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A - [sc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{+-}	4.18 ± 0.09		
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V + [sc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{+-}	4.82 ± 0.09		
$[sc]_V[\bar{sc}]_V$	1^{+-}	5.57 ± 0.11		
$[sc]_P[\bar{sc}]_V + [sc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{+-}	5.13 ± 0.10		
$[sc]_S[\bar{sc}]_A + [sc]_A[\bar{sc}]_S$	1^{++}	4.11 ± 0.09	? $X(4140)$? $X(4685)$
$[sc]_S[\bar{sc}]_{\tilde{A}} + [sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_S$	1^{++}	4.17 ± 0.09	? $X(4140)$? $X(4685)$
$[sc]_{\tilde{V}}[\bar{sc}]_V - [sc]_V[\bar{sc}]_{\tilde{V}}$	1^{++}	4.29 ± 0.09	? $X(4274)$	
$[sc]_{\tilde{A}}[\bar{sc}]_A + [sc]_A[\bar{sc}]_{\tilde{A}}$	1^{++}	5.34 ± 0.10		
$[sc]_P[\bar{sc}]_V - [sc]_V[\bar{sc}]_P$	1^{++}	5.12 ± 0.10		
$[sc]_A[\bar{sc}]_A$	2^{++}	4.24 ± 0.09		
$[sc]_V[\bar{sc}]_V$	2^{++}	5.49 ± 0.11		

• Nucl.Phys.B973(2021)115592 (矢量四夸克态, 不引入明确P波)

Y_c	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{--}	3.7 – 4.1	5.15 ± 0.10	2.9	(43 – 61)%
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{-+}	3.7 – 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(42 – 60)%
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{--}	3.2 – 3.6	4.85 ± 0.10	2.4	(42 – 62)%
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{-+}	3.7 – 4.1	5.15 ± 0.10	2.9	(41 – 60)%
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_A - [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{--}	3.6 – 4.0	5.05 ± 0.10	2.7	(42 – 60)%
$[uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_A + [uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}}$	1^{-+}	3.7 – 4.1	5.15 ± 0.10	2.9	(41 – 60)%
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{--}	3.5 – 3.9	5.00 ± 0.10	2.6	(42 – 61)%
$[uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}}$	1^{-+}	3.6 – 4.0	5.05 ± 0.10	2.7	(42 – 61)%
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}} - [uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{--}	3.4 – 3.8	5.00 ± 0.10	2.6	(42 – 61)%
$[uc]_S[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{V}} + [uc]_{\tilde{V}}[\bar{d}\bar{c}]_S$	1^{-+}	3.4 – 3.8	5.00 ± 0.10	2.6	(42 – 61)%
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{--}	3.7 – 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(43 – 61)%
$[uc]_P[\bar{d}\bar{c}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\bar{d}\bar{c}]_P$	1^{-+}	3.7 – 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(43 – 61)%
$[uc]_A[\bar{d}\bar{c}]_A$	1^{--}	3.8 – 4.2	5.20 ± 0.10	3.0	(42 – 60)%

● Nucl.Phys.B973(2021)115592 (矢量四夸克态, 不引入明确P波)

Y_c	J^{PC}	$M_Y(\text{GeV})$	Assignments
$[uc]_P[\overline{dc}]_A - [uc]_A[\overline{dc}]_P$	1^{--}	4.66 ± 0.07	? $Y(4660)$
$[uc]_P[\overline{dc}]_A + [uc]_A[\overline{dc}]_P$	1^{-+}	4.61 ± 0.07	
$[uc]_S[\overline{dc}]_V + [uc]_V[\overline{dc}]_S$	1^{--}	4.35 ± 0.08	? $Y(4360/4390)$
$[uc]_S[\overline{dc}]_V - [uc]_V[\overline{dc}]_S$	1^{-+}	4.66 ± 0.09	
$[uc]_{\tilde{V}}[\overline{dc}]_A - [uc]_A[\overline{dc}]_{\tilde{V}}$	1^{--}	4.53 ± 0.07	? $Y(4500)$
$[uc]_{\tilde{V}}[\overline{dc}]_A + [uc]_A[\overline{dc}]_{\tilde{V}}$	1^{-+}	4.65 ± 0.08	
$[uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_V + [uc]_V[\overline{dc}]_{\tilde{A}}$	1^{--}	4.48 ± 0.08	? $Y(4500)$
$[uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_V - [uc]_V[\overline{dc}]_{\tilde{A}}$	1^{-+}	4.55 ± 0.07	
$[uc]_S[\overline{dc}]_{\tilde{V}} - [uc]_{\tilde{V}}[\overline{dc}]_S$	1^{--}	4.50 ± 0.09	? $Y(4500)$
$[uc]_S[\overline{dc}]_{\tilde{V}} + [uc]_{\tilde{V}}[\overline{dc}]_S$	1^{-+}	4.50 ± 0.09	
$[uc]_P[\overline{dc}]_{\tilde{A}} - [uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_P$	1^{--}	4.60 ± 0.07	? $Y(4600)$
$[uc]_P[\overline{dc}]_{\tilde{A}} + [uc]_{\tilde{A}}[\overline{dc}]_P$	1^{-+}	4.61 ± 0.08	
$[uc]_A[\overline{dc}]_A$	1^{--}	4.69 ± 0.08	? $Y(4660)$

BESIII arXiv:2407.07651 [hep-ex]

• Nucl.Phys.B1002(2024)116514 (矢量四夸克态, 不引入明确P波)

Y_c	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole
$[SC]_P[\overline{SC}]_A - [SC]_A[\overline{SC}]_P$	1^{--}	4.1 – 4.7	5.35 ± 0.10	2.9	(40 – 61)%
$[SC]_P[\overline{SC}]_A + [SC]_A[\overline{SC}]_P$	1^{-+}	4.0 – 4.6	5.30 ± 0.10	2.8	(41 – 61)%
$[SC]_S[\overline{SC}]_V + [SC]_V[\overline{SC}]_S$	1^{--}	3.5 – 4.0	5.05 ± 0.10	2.5	(41 – 62)%
$[SC]_S[\overline{SC}]_V - [SC]_V[\overline{SC}]_S$	1^{-+}	4.0 – 4.6	5.35 ± 0.10	2.9	(40 – 60)%
$[SC]_{\hat{V}}[\overline{SC}]_A - [SC]_A[\overline{SC}]_{\hat{V}}$	1^{--}	3.9 – 4.5	5.25 ± 0.10	2.7	(40 – 61)%
$[SC]_{\hat{V}}[\overline{SC}]_A + [SC]_A[\overline{SC}]_{\hat{V}}$	1^{-+}	4.0 – 4.6	5.35 ± 0.10	2.9	(40 – 61)%
$[SC]_{\hat{A}}[\overline{SC}]_V + [SC]_V[\overline{SC}]_{\hat{A}}$	1^{--}	3.8 – 4.4	5.20 ± 0.10	2.7	(40 – 61)%
$[SC]_{\hat{A}}[\overline{SC}]_V - [SC]_V[\overline{SC}]_{\hat{A}}$	1^{-+}	3.9 – 4.5	5.25 ± 0.10	2.7	(40 – 61)%
$[SC]_S[\overline{SC}]_{\hat{V}} - [SC]_{\hat{V}}[\overline{SC}]_S$	1^{--}	3.7 – 4.2	5.20 ± 0.10	2.7	(41 – 62)%
$[SC]_S[\overline{SC}]_{\hat{V}} + [SC]_{\hat{V}}[\overline{SC}]_S$	1^{-+}	3.7 – 4.3	5.20 ± 0.10	2.7	(40 – 62)%
$[SC]_P[\overline{SC}]_{\hat{A}} - [SC]_{\hat{A}}[\overline{SC}]_P$	1^{--}	4.1 – 4.7	5.30 ± 0.10	2.8	(40 – 60)%
$[SC]_P[\overline{SC}]_{\hat{A}} + [SC]_{\hat{A}}[\overline{SC}]_P$	1^{-+}	4.1 – 4.7	5.30 ± 0.10	2.8	(40 – 60)%
$[SC]_A[\overline{SC}]_A$	1^{--}	4.2 – 4.9	5.40 ± 0.10	3.0	(40 – 60)%

- Nucl.Phys.B1002(2024)116514 (矢量四夸克态, 不引入明确P波)

Y_c	J^{PC}	$M_Y(\text{GeV})$	Assignments
$[SC]_P[\overline{SC}]_A - [SC]_A[\overline{SC}]_P$	1^{--}	4.80 ± 0.08	? Y(4790)
$[SC]_P[\overline{SC}]_A + [SC]_A[\overline{SC}]_P$	1^{--+}	4.75 ± 0.08	
$[SC]_S[\overline{SC}]_V + [SC]_V[\overline{SC}]_S$	1^{--}	4.53 ± 0.08	
$[SC]_S[\overline{SC}]_V - [SC]_V[\overline{SC}]_S$	1^{--+}	4.83 ± 0.09	?? $\eta_{c1}(4800)$
$[SC]_{\tilde{V}}[\overline{SC}]_A - [SC]_A[\overline{SC}]_{\tilde{V}}$	1^{--}	4.70 ± 0.08	? Y(4710)
$[SC]_{\tilde{V}}[\overline{SC}]_A + [SC]_A[\overline{SC}]_{\tilde{V}}$	1^{--+}	4.81 ± 0.09	?? $\eta_{c1}(4800)$
$[SC]_{\tilde{A}}[\overline{SC}]_V + [SC]_V[\overline{SC}]_{\tilde{A}}$	1^{--}	4.65 ± 0.08	? Y(4660)
$[SC]_{\tilde{A}}[\overline{SC}]_V - [SC]_V[\overline{SC}]_{\tilde{A}}$	1^{--+}	4.71 ± 0.08	
$[SC]_S[\overline{SC}]_{\tilde{V}} - [SC]_{\tilde{V}}[\overline{SC}]_S$	1^{--}	4.68 ± 0.09	? Y(4660)
$[SC]_S[\overline{SC}]_{\tilde{V}} + [SC]_{\tilde{V}}[\overline{SC}]_S$	1^{--+}	4.68 ± 0.09	?? X(4630)
$[SC]_P[\overline{SC}]_{\tilde{A}} - [SC]_{\tilde{A}}[\overline{SC}]_P$	1^{--}	4.75 ± 0.08	? Y(4750)
$[SC]_P[\overline{SC}]_{\tilde{A}} + [SC]_{\tilde{A}}[\overline{SC}]_P$	1^{--+}	4.75 ± 0.08	
$[SC]_A[\overline{SC}]_A$	1^{--}	4.85 ± 0.09	

BESIII arXiv:2407.07651 [hep-ex]

LHCb arXiv:2407.12475 [hep-ex]

- 矢量四夸克与可能得确认；Eur.Phys.J.C79(2019)29；引入明确P波

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	Maiani	Ali-Maiani	Currents
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$	Y(4008)	Y(4220)	$J_\mu^1(x)$
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$	Y(4260)	Y(4330)	$J_{\mu\nu}(x)$
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$	Y(4290/4220)	Y(4390)	$J_\mu^2(x)$
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$	Y(4630)	Y(4660)	$J_\mu^3(x)$
$ 1, 1; 2, 3; 1\rangle$			

- Eur.Phys.J. C79 (2019) 29; 基于修正的能标公式

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	$\mu(\text{GeV})$	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	pole	$D(10)$
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$	1.1	2.2 – 2.8	4.80 ± 0.10	(49 – 81)%	$\leq 1\%$
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$	1.2	2.2 – 2.8	4.85 ± 0.10	(45 – 79)%	(1 – 5)%
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$	1.3	2.6 – 3.2	4.90 ± 0.10	(46 – 75)%	$\ll 1\%$
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$	1.4	2.6 – 3.2	4.90 ± 0.10	(40 – 71)%	$\leq 1\%$

- Eur.Phys.J. C79 (2019) 29; 到目前为止, QCD求和规则能获得的最低矢量四夸克态质量谱。

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	$M_Y(\text{GeV})$	This Work	Ali-Maiani
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$	4.24 ± 0.10	$Y(4220)$	$Y(4220)$
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$	4.31 ± 0.10	$Y(4320/4390)$	$Y(4330)$
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$	4.28 ± 0.10	$Y(4220/4320)$	$Y(4390)$
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$	4.33 ± 0.10	$Y(4320/4390)$	$Y(4660)$

- arXiv: 2405.04145 [hep-ph]; 更新版: 1P; 1P+2P

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	$\mu(\text{GeV})$	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	pole	$D(10)$
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$	1.1	2.6 – 3.0	4.75 ± 0.10	(40 – 65)%	< 1%
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$	1.2	2.5 – 2.9	4.80 ± 0.10	(39 – 64)%	< 3%
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$	1.3	3.0 – 3.4	4.85 ± 0.10	(38 – 60)%	$\ll 1\%$
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$	1.3	2.7 – 3.1	4.85 ± 0.10	(39 – 63)%	< 1%

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	$\mu(\text{GeV})$	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0^T}(\text{GeV})$	pole	$D(10)$
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$	2.4	2.8 – 3.2	5.15 ± 0.10	(67 – 85)%	$\ll 1\%$
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$	2.5	2.6 – 3.0	5.20 ± 0.10	(67 – 86)%	< 1%
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$	2.6	3.0 – 3.4	5.25 ± 0.10	(67 – 84)%	$\ll 1\%$
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$	2.6	2.7 – 3.1	5.25 ± 0.10	(68 – 87)%	$\ll 1\%$

- arXiv: 2405.04145 [hep-ph]; 更新版
 $e^+e^- \rightarrow \omega X(3872)$, arXiv: 2404.13840 [hep-ex]

$ S_{qc}, S_{\bar{q}\bar{c}}; S, L; J\rangle$	$M_Y(\text{GeV})$	Assignments
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$ (1P)	4.24 ± 0.09	Y(4220/4260)
$ 0, 0; 0, 1; 1\rangle$ (2P)	4.75 ± 0.10	? Y(4750)
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$ (1P)	4.28 ± 0.09	Y(4220/4320)
$ 1, 1; 0, 1; 1\rangle$ (2P)	4.81 ± 0.10	
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$ (1P)	4.31 ± 0.09	Y(4320/4390)
$\frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0; 1, 1; 1\rangle + 0, 1; 1, 1; 1\rangle)$ (2P)	4.85 ± 0.09	
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$ (1P)	4.33 ± 0.09	Y(4320/4390)
$ 1, 1; 2, 1; 1\rangle$ (2P)	4.86 ± 0.10	

• Nucl.Phys.B978(2022)115761 (赝标四夸克态, 不引入明确P波)

Z_c	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole
$[uc]_A[d\bar{c}]_V - [uc]_V[d\bar{c}]_A$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.10 ± 0.10	2.7	(42 - 60)%
$[uc]_A[d\bar{c}]_V + [uc]_V[d\bar{c}]_A$	0^{--}	3.7 - 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(42 - 60)%
$[uc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.15 ± 0.10	2.7	(43 - 61)%
$[uc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{--}	3.7 - 4.1	5.15 ± 0.10	2.8	(43 - 61)%
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V - [sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{-+}	3.8 - 4.2	5.20 ± 0.10	2.7	(42 - 60)%
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V + [sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{--}	3.8 - 4.2	5.20 ± 0.10	2.8	(43 - 60)%
$[uc]_P[d\bar{c}]_S + [uc]_S[d\bar{c}]_P$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(42 - 60)%
$[uc]_P[d\bar{c}]_S - [uc]_S[d\bar{c}]_P$	0^{--}	3.7 - 4.1	5.10 ± 0.10	2.8	(42 - 60)%
$[uc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S + [uc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.15 ± 0.10	2.8	(43 - 61)%
$[uc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S - [uc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{--}	3.7 - 4.1	5.15 ± 0.10	2.8	(43 - 61)%
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S + [sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{-+}	3.8 - 4.2	5.20 ± 0.10	2.8	(43 - 61)%
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S - [sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{--}	3.8 - 4.2	5.20 ± 0.10	2.8	(43 - 61)%
$[uc]_T[d\bar{c}]_T + [uc]_T[d\bar{c}]_T$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.10 ± 0.10	2.7	(41 - 60)%
$[uc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T + [uc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T$	0^{-+}	3.7 - 4.1	5.15 ± 0.10	2.7	(43 - 61)%
$[sc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T + [sc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T$	0^{-+}	3.8 - 4.2	5.20 ± 0.10	2.7	(42 - 60)%

• Nucl.Phys.B978(2022)115761 (赝标四夸克态, 不引入明确P波)

Z_c	J^{PC}	$M_Z(\text{GeV})$	$\lambda_Z(\text{GeV}^5)$
$[uc]_A[d\bar{c}]_V - [uc]_V[d\bar{c}]_A$	0^{-+}	4.56 ± 0.08	$(1.33 \pm 0.18) \times 10^{-1}$
$[uc]_A[d\bar{c}]_V + [uc]_V[d\bar{c}]_A$	0^{--}	4.58 ± 0.07	$(1.37 \pm 0.17) \times 10^{-1}$
$[uc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V - [uc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{-+}	4.61 ± 0.08	$(1.41 \pm 0.19) \times 10^{-1}$
$[uc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V + [uc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{--}	4.63 ± 0.08	$(1.45 \pm 0.19) \times 10^{-1}$
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V - [sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{-+}	4.66 ± 0.08	$(1.50 \pm 0.20) \times 10^{-1}$
$[sc]_A[\bar{s}\bar{c}]_V + [sc]_V[\bar{s}\bar{c}]_A$	0^{--}	4.67 ± 0.08	$(1.53 \pm 0.20) \times 10^{-1}$
$[uc]_P[d\bar{c}]_S + [uc]_S[d\bar{c}]_P$	0^{-+}	4.58 ± 0.07	$(6.92 \pm 0.86) \times 10^{-2}$
$[uc]_P[d\bar{c}]_S - [uc]_S[d\bar{c}]_P$	0^{--}	4.58 ± 0.07	$(6.91 \pm 0.86) \times 10^{-2}$
$[uc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S + [uc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{-+}	4.63 ± 0.07	$(7.30 \pm 0.90) \times 10^{-2}$
$[uc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S - [uc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{--}	4.63 ± 0.07	$(7.30 \pm 0.90) \times 10^{-2}$
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S + [sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{-+}	4.67 ± 0.08	$(7.73 \pm 0.97) \times 10^{-2}$
$[sc]_P[\bar{s}\bar{c}]_S - [sc]_S[\bar{s}\bar{c}]_P$	0^{--}	4.67 ± 0.08	$(7.73 \pm 0.96) \times 10^{-2}$
$[uc]_T[d\bar{c}]_T + [uc]_T[d\bar{c}]_T$	0^{-+}	4.57 ± 0.08	$(4.62 \pm 0.61) \times 10^{-1}$
$[uc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T + [uc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T$	0^{-+}	4.62 ± 0.08	$(4.89 \pm 0.63) \times 10^{-1}$
$[sc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T + [sc]_T[\bar{s}\bar{c}]_T$	0^{-+}	4.67 ± 0.08	$(5.19 \pm 0.67) \times 10^{-1}$

- Acta Phys.Polon. B49 (2018) 1781 ($T_{cc}(3875)$)

	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$M(\text{GeV})$	$\lambda(\text{GeV}^5)$
$cc\bar{u}d$	2.6 – 3.0	4.45 ± 0.10	1.3	(39 – 63)%	3.90 ± 0.09	$(2.64 \pm 0.42) \times 10^{-2}$
$cc\bar{u}\bar{s}$	2.6 – 3.0	4.50 ± 0.10	1.3	(41 – 64)%	3.95 ± 0.08	$(2.88 \pm 0.46) \times 10^{-2}$
$bb\bar{u}d$	6.9 – 7.7	11.14 ± 0.10	2.4	(41 – 60)%	10.52 ± 0.08	$(1.30 \pm 0.20) \times 10^{-1}$
$bb\bar{u}\bar{s}$	6.8 – 7.6	11.15 ± 0.10	2.4	(41 – 61)%	10.55 ± 0.08	$(1.33 \pm 0.20) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}d$	2.6 – 3.0	4.40 ± 0.10	1.4	(39 – 62)%	3.85 ± 0.09	$(2.60 \pm 0.42) \times 10^{-2}$

• Eur.Phys.J.C78(2018)19 (双粲四夸克态)

	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$M(\text{GeV})$	$\lambda(\text{GeV}^5)$
$cc\bar{u}d(0^+)$	2.4 – 2.8	4.40 ± 0.10	1.2	(38 – 63)%	3.87 ± 0.09	$(3.90 \pm 0.63) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}\bar{s}(0^+)$	2.6 – 3.0	4.50 ± 0.10	1.3	(38 – 62)%	3.94 ± 0.10	$(4.92 \pm 0.89) \times 10^{-1}$
$cc\bar{s}\bar{s}(0^+)$	2.6 – 3.0	4.55 ± 0.10	1.3	(39 – 63)%	3.99 ± 0.10	$(5.31 \pm 0.99) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}d(1^+)$	2.6 – 3.0	4.45 ± 0.10	1.3	(39 – 62)%	3.90 ± 0.09	$(3.44 \pm 0.54) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}\bar{s}(1^+)$	2.6 – 3.0	4.50 ± 0.10	1.3	(40 – 64)%	3.96 ± 0.08	$(3.78 \pm 0.59) \times 10^{-1}$
$cc\bar{s}\bar{s}(1^+)$	2.7 – 3.1	4.55 ± 0.10	1.3	(39 – 62)%	4.02 ± 0.09	$(4.11 \pm 0.68) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}d(2^+)$	2.7 – 3.1	4.50 ± 0.10	1.4	(39 – 62)%	3.95 ± 0.09	$(5.67 \pm 0.90) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}\bar{s}(2^+)$	2.8 – 3.2	4.55 ± 0.10	1.4	(38 – 60)%	4.01 ± 0.09	$(6.27 \pm 1.02) \times 10^{-1}$
$cc\bar{s}\bar{s}(2^+)$	2.8 – 3.2	4.60 ± 0.10	1.4	(39 – 61)%	4.06 ± 0.09	$(6.78 \pm 1.12) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}d(1^-)$	3.3 – 3.9	5.20 ± 0.10	2.9	(50 – 73)%	4.66 ± 0.10	$(1.31 \pm 0.17) \times 10^{-1}$
$cc\bar{u}\bar{s}(1^-)$	3.4 – 4.0	5.25 ± 0.10	2.9	(49 – 71)%	4.73 ± 0.11	$(1.40 \pm 0.19) \times 10^{-1}$
$cc\bar{s}\bar{s}(1^-)$	3.7 – 4.3	5.30 ± 0.10	2.9	(49 – 72)%	4.78 ± 0.11	$(1.48 \pm 0.19) \times 10^{-1}$

6 QCD求和规则对色单态-色单态型四夸克态质量谱的计算

利用QCD求和规则做计算，用的是定域流。对于色单态-色单态型的四夸克流，有两个色中性的集团，每个集团和一个介子有相同的量子数，虽然这个集团，我们也用介子描述，但并不是真正的物理介子。我们说的分子态，确切地说，应该叫做色单态-色单态型四夸克态。

如果一个或两个色中性集团含有P波，那么QCD求和规则计算出来的四夸克态质量大于或远大于相应两个介子的阈值。QCD求和规则不支持把 $Y(4260)$ 看做 $D\bar{D}_1$ 分子态。

● 矢量分子态质量：Chin.Phys. C41 (2017) 083103

	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	pole	$\mu(\text{GeV})$	$M_Y(\text{GeV})$	$\lambda_Y(10^{-2}\text{GeV}^5)$
$D\bar{D}_1(1^{--})$	3.2 – 3.6	4.9 ± 0.1	(45 – 65)%	2.3	4.36 ± 0.08	3.97 ± 0.54
$D\bar{D}_1(1^{-+})$	3.5 – 3.9	5.1 ± 0.1	(44 – 63)%	2.7	4.60 ± 0.08	5.26 ± 0.65
$D^*\bar{D}_0^*(1^{--})$	4.0 – 4.4	5.3 ± 0.1	(44 – 61)%	3.0	4.78 ± 0.07	7.56 ± 0.84
$D^*\bar{D}_0^*(1^{-+})$	3.8 – 4.2	5.2 ± 0.1	(44 – 61)%	2.9	4.73 ± 0.07	6.83 ± 0.84

● Int.J.Mod.Phys.A35(2021)2150107 (隱粲分子态)

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$ D(10) $
$D^*\bar{D}^*$	0^{++}	2.8 – 3.2	4.55 ± 0.10	1.6	(40 – 62)%	$\leq 1\%$
$D^*\bar{D}_s^*$	0^{++}	2.9 – 3.3	4.65 ± 0.10	1.6	(41 – 63)%	$< 1\%$
$D_s^*\bar{D}_s^*$	0^{++}	3.1 – 3.5	4.75 ± 0.10	1.6	(40 – 61)%	$\ll 1\%$
$D\bar{D}^* - D^*\bar{D}$	1^{++}	2.7 – 3.1	4.40 ± 0.10	1.3	(40 – 63)%	$\ll 1\%$
$D\bar{D}_s^* - D^*\bar{D}_s$	1^{++}	2.9 – 3.3	4.55 ± 0.10	1.3	(41 – 63)%	$\ll 1\%$
$D_s\bar{D}_s^* - D_s^*\bar{D}_s$	1^{++}	3.0 – 3.4	4.65 ± 0.10	1.3	(42 – 63)%	$\ll 1\%$
$D\bar{D}^* + D^*\bar{D}$	1^{+-}	2.7 – 3.1	4.40 ± 0.10	1.3	(40 – 63)%	$\ll 1\%$
$D\bar{D}_s^* + D^*\bar{D}_s$	1^{+-}	2.9 – 3.3	4.55 ± 0.10	1.3	(41 – 63)%	$\ll 1\%$
$D_s\bar{D}_s^* + D_s^*\bar{D}_s$	1^{+-}	3.0 – 3.4	4.65 ± 0.10	1.3	(42 – 63)%	$\ll 1\%$
$D^*\bar{D}^*$	1^{+-}	3.0 – 3.4	4.55 ± 0.10	1.6	(42 – 63)%	$< 1\%$
$D^*\bar{D}_s^*$	1^{+-}	3.2 – 3.6	4.65 ± 0.10	1.6	(41 – 61)%	$\ll 1\%$
$D_s^*\bar{D}_s^*$	1^{+-}	3.3 – 3.7	4.75 ± 0.10	1.6	(42 – 61)%	$\ll 1\%$
$D^*\bar{D}^*$	2^{++}	3.0 – 3.4	4.55 ± 0.10	1.6	(41 – 62)%	$< 1\%$
$D^*\bar{D}_s^*$	2^{++}	3.2 – 3.6	4.65 ± 0.10	1.6	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$D_s^*\bar{D}_s^*$	2^{++}	3.3 – 3.7	4.75 ± 0.10	1.6	(41 – 61)%	$\ll 1\%$

• Int.J.Mod.Phys.A35 (2021) 2150107; AAPPS Bull.32 (2022) 37

$Z_c(X_c)$	J^{PC}	$M_{X/Z}(\text{GeV})$	Assignments
$D\bar{D}$	0^{++}	3.74 ± 0.09	? $X(3960)$
$D\bar{D}_s$	0^{++}	3.88 ± 0.10	
$D_s\bar{D}_s$	0^{++}	3.98 ± 0.10	
$D^*\bar{D}^*$	0^{++}	4.02 ± 0.09	
$D^*\bar{D}_s^*$	0^{++}	4.10 ± 0.09	
$D_s^*\bar{D}_s^*$	0^{++}	4.20 ± 0.09	
$D\bar{D}^* - D^*\bar{D}$	1^{++}	3.89 ± 0.09	? $X_c(3872)$
$D\bar{D}_s^* - D^*\bar{D}_s$	1^{++}	3.99 ± 0.09	
$D_s\bar{D}_s^* - D_s^*\bar{D}_s$	1^{++}	4.07 ± 0.09	
$D\bar{D}^* + D^*\bar{D}$	1^{+-}	3.89 ± 0.09	
$D\bar{D}_s^* + D^*\bar{D}_s$	1^{+-}	3.99 ± 0.09	? $Z_{cs}(3985/4000)$
$D_s\bar{D}_s^* + D_s^*\bar{D}_s$	1^{+-}	4.07 ± 0.09	
$D^*\bar{D}^*$	1^{+-}	4.02 ± 0.09	
$D^*\bar{D}_s^*$	1^{+-}	4.11 ± 0.09	
$D_s^*\bar{D}_s^*$	1^{+-}	4.19 ± 0.09	? $Z_c(4020)$? $Z_{cs}(4123)$
$D^*\bar{D}^*$	2^{++}	4.02 ± 0.09	
$D^*\bar{D}_s^*$	2^{++}	4.11 ± 0.09	
$D_s^*\bar{D}_s^*$	2^{++}	4.19 ± 0.09	

• Eur.Phys.J.A58(2022)110 (双粲分子态)

T_{cc}	Isospin	$T^2(\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s_0}(\text{GeV})$	$\mu(\text{GeV})$	pole	$ D(10) $
D^*D^*	1	2.8 – 3.2	4.55 ± 0.10	1.7	(41 – 61)%	< 1%
$D_s^*D^*$	$\frac{1}{2}$	2.9 – 3.3	4.65 ± 0.10	1.7	(42 – 62)%	$\ll 1\%$
$D_s^*D_s^*$	0	3.2 – 3.5	4.80 ± 0.10	1.8	(42 – 61)%	$\ll 1\%$
$D^*D - DD^*$	0	2.9 – 3.3	4.45 ± 0.10	1.4	(42 – 62)%	$\ll 1\%$
$D^*D + DD^*$	1	2.6 – 3.0	4.40 ± 0.10	1.4	(42 – 63)%	$\ll 1\%$
$D_s^*D - D_sD^*$	$\frac{1}{2}$	3.0 – 3.4	4.50 ± 0.10	1.5	(40 – 62)%	< 1%
$D_s^*D + D_sD^*$	$\frac{1}{2}$	2.9 – 3.3	4.50 ± 0.10	1.5	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$D_s^*D_s$	0	3.0 – 3.4	4.60 ± 0.10	1.5	(41 – 63)%	$\ll 1\%$
$D_0^*D_1 - D_1D_0^*$	0	5.6 – 7.0	6.35 ± 0.10	4.6	(41 – 60)%	$\ll 1\%$
$D_0^*D_1 + D_1D_0^*$	1	4.7 – 6.1	5.90 ± 0.10	4.0	(42 – 61)%	$\ll 1\%$
$D_0^*D_{s1} - D_{s0}^*D_1$	$\frac{1}{2}$	5.8 – 7.2	6.50 ± 0.10	4.6	(43 – 60)%	< 1%
$D_0^*D_{s1} + D_{s0}^*D_1$	$\frac{1}{2}$	4.7 – 6.1	6.05 ± 0.10	4.0	(42 – 62)%	< 1%
$D_{s1}D_{s0}^*$	0	4.9 – 6.3	6.20 ± 0.10	4.0	(43 – 61)%	< 1%
$D^*D^* - D^*D^*$	0	3.2 – 3.6	4.55 ± 0.10	1.7	(42 – 61)%	< 1%
$D^*D^* + D^*D^*$	1	3.0 – 3.4	4.55 ± 0.10	1.7	(41 – 60)%	< 1%
$D_s^*D^* - D_s^*D^*$	$\frac{1}{2}$	3.3 – 3.7	4.65 ± 0.10	1.7	(40 – 59)%	$\ll 1\%$
$D_s^*D^* + D_s^*D^*$	$\frac{1}{2}$	3.1 – 3.5	4.65 ± 0.10	1.7	(42 – 61)%	< 1%
$D_s^*D_s^* - D_s^*D_s^*$	0	3.6 – 4.0	4.80 ± 0.10	1.8	(40 – 60)%	$\ll 1\%$
$D_s^*D_s^* + D_s^*D_s^*$	0	3.4 – 3.9	4.80 ± 0.10	1.8	(41 – 61)%	< 1%

- Eur. Phys. J. A58 (2022) 110; AAPPS Bull.32 (2022) 37

T_{cc}	J^P	$M_T(\text{GeV})$	Assignments
DD	0^+	3.75 ± 0.09	
$D_s D$	0^+	3.85 ± 0.09	
$D_s D_s$	0^+	3.95 ± 0.09	
$D^* D^*$	0^+	4.04 ± 0.11	
$D_s^* D^*$	0^+	4.12 ± 0.10	
$D_s^* D_s^*$	0^+	4.22 ± 0.10	
$D^* D - DD^*$	1^+	3.88 ± 0.11	? $T_{cc}(3875)$
$D_s^* D - D_s D^*$	1^+	3.97 ± 0.10	
$D^* D + DD^*$	1^+	3.90 ± 0.11	
$D_s^* D + D_s D^*$	1^+	3.98 ± 0.11	
$D_s^* D_s$	1^+	4.10 ± 0.12	
$D^* D^* - D^* D^*$	1^+	4.00 ± 0.11	
$D_s^* D^* - D_s^* D^*$	1^+	4.08 ± 0.10	
$D_s^* D_s^*$	1^+	4.19 ± 0.09	
$D^* D^* + D^* D^*$	2^+	4.02 ± 0.11	
$D_s^* D^* + D_s^* D^*$	2^+	4.10 ± 0.11	
$D_s^* D_s^*$	2^+	4.20 ± 0.10	

7 总结

- 利用QCD求和规则计算四夸克态、分子态的量谱，比较成功。几乎可以协调再现所有XYZ粒子质量。宽度计算基于严格对偶(详细计算):
Eur.Phys.J.C78(2018)14; Eur.Phys.J.C79(2019)184
- 四夸克态的容纳能力远远大于分子态的容纳能力。
- 对于含P波组分的分子态，目前的计算需要改进，更需要高能物理实验数据支持。