宇宙射线缪子成像比率算法进一步研究

文群刚

安徽大学　物理与材料科学学院

第九届全国先进气体探测器研讨会 东莞 2019 年 10 月 17 – 18 日

目录

引言

引言

1. 有兴趣，很好奇！

引言

1. 有兴趣，很好奇！
2. 有条件，有希望！

引言

1. 有兴趣，很好奇！
2. 有条件，有希望！
3. 有基础，能实现！

算法理论基础

宇宙线 μ 子穿透物体时，会与物体的原子核发生多次小角度的库仑散射，因而当 μ 子通过物质后，会产生一个累积的散射角 θ，其分布近似满足均值为零的高斯分布

$$\frac{dN}{d\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \tag{1}$$

角分布的标准误差为

$$\sigma_\theta = \frac{13.6\mathrm{MeV}}{\beta c p}\sqrt{\frac{L}{L_0}}\left[1 + 0.038\ln\left(\frac{L}{L_0}\right)\right] \tag{2}$$

其中 p 为动量，单位 $\mathrm{MeV}c^{-1}$，βc 为其速度（μ 子应用中 $\beta c = 1$），L_0 为材料辐射长度（当材料的原子序数 Z 增大时 L_0 减小），L 为 μ 子在物质中的迁移距离。

算法理论基础

现令

$$H = \frac{13.6\mathrm{MeV}}{\beta c}\sqrt{\frac{L}{L_0}}\left[1 + 0.038\ln\left(\frac{L}{L_0}\right)\right] \tag{3}$$

则式子 (2) 可写为

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{p^2}H^2 \tag{4}$$

对于均值为零的标准误差可以通过下式

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\theta_i^2 \tag{5}$$

由实验数据得到。其中 θ_i 为实验数据中第 i 个事件测量得到的 μ 子散射角，N 为总的实验数据测量事件数。

算法理论基础

对 H 为定值的物体进行实验测量，将 N 个实验数据按 μ 子动量分为 n 组，其中动量 p_1 的散射角有 $\theta_{11}, \ldots, \theta_{1k_1}$ 共 k_1 个事件，动量 p_2 的散射角有 $\theta_{21}, \ldots, \theta_{2k_2}$ 共 k_2 个事件，依次则动量 p_n 的散射角有 $\theta_{n1}, \ldots, \theta_{nk_n}$ 共 k_n 个事件。由式子 (4)(5) 可得到每个动量对应的标准误差为

$$
\begin{aligned}
\sigma_1^2 &= \frac{1}{k_1}\sum_{i=1}^{k_1}\theta_{1i}^2 &&= \frac{1}{p_1^2}H^2 \\
\sigma_2^2 &= \frac{1}{k_2}\sum_{i=1}^{k_2}\theta_{2i}^2 &&= \frac{1}{p_2^2}H^2 \\
&\vdots \\
\sigma_n^2 &= \frac{1}{k_n}\sum_{i=1}^{k_n}\theta_{ni}^2 &&= \frac{1}{p_n^2}H^2
\end{aligned}
$$

算法理论基础

式子整理后，可得

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\theta_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{k_i}{N}\cdot\frac{1}{p_i^2}H^2 \tag{6}$$

其中 $\frac{k_i}{N}$ 为实验数据中 μ 子动量为 p_i 的几率。当实验数据 N 较大时，实验数据的 μ 子动量分布合乎自然界分布时，

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i}{N}\cdot\frac{1}{p_i^2}$$

可近似为一个常数 A，因此当实验数据 N 较大时，μ 子散射角度标准误差与物体材质相关的 H 值呈线性关系。

PoCA 算法与比率算法

当实验数据 N 较大时，

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\theta_i^2 = AH^2$$

其中 A 为常数，

$$H = \frac{13.6\mathrm{MeV}}{\beta c}\sqrt{\frac{L}{L_0}}\left[1 + 0.038\ln\left(\frac{L}{L_0}\right)\right]$$

从实验数据得到散射角的标准误差，从而实现 μ 子成像的算法就是我理解的 PoCA 算法。

PoCA 算法与比率算法

所谓比率算法就是将选择的探测单元格内所有测量到的 μ 子事件数计为 N，其中散射角度在 $[-\theta_0, \theta_0]$ 范围内的事件数计为 N_c，并用下式

$$R = \frac{N_c}{N}$$

从实验上得到该探测单元格的比率值 R，这个比率值实质上是标准误差 σ_θ 的高斯函数定积分（或然误差函数）

$$R(\sigma_\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma_\theta^2}\right) d\theta$$

因此，通过实验上比率值 R 也可以区分 σ_θ，进而区分物质材料的原子序数 Z，从而实现数据的成像。

PoCA 算法与比率算法

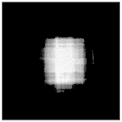
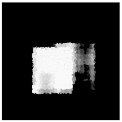
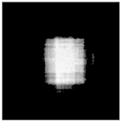
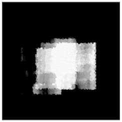
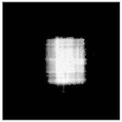
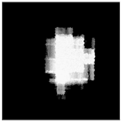
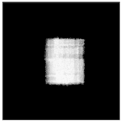
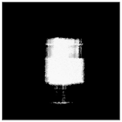
PoCA 算法的特点

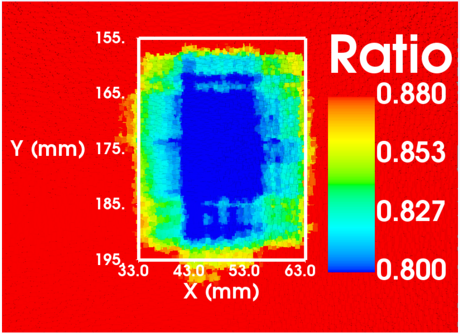
算法结果与 σ_θ 是线性关系，有利于成像结果。但算法对散射角的平方进行求和，因此该算法对大角度事件敏感，大角度的干扰事件会破坏最终的成像效果。

比率算法的特点

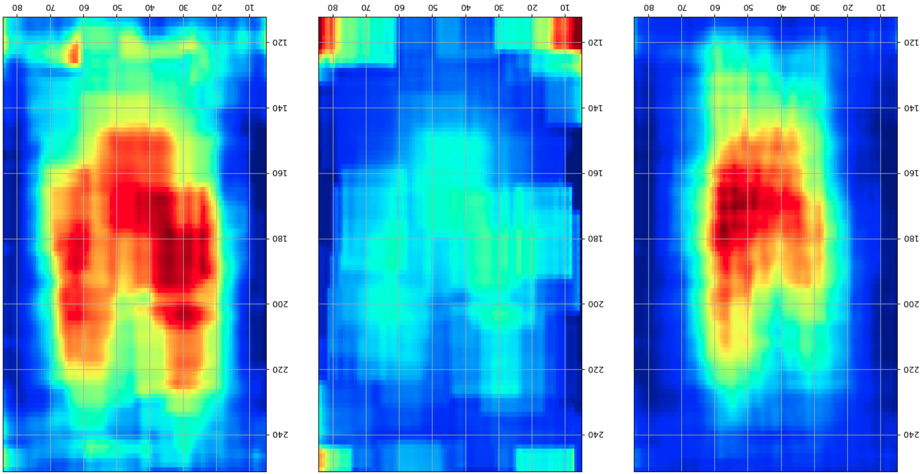
算法对于所有的散射角都是平等对待，因而能较好地避免大角度干扰事件对成像结果的破坏。但是算法结果与 σ_θ 是非线性关系，这会使成像结果有比较大的失真。

实验数据检验

Cut	Ratio	PoCA
No limit		
$\theta < 10^\circ$		
$\theta < 5^\circ$		
$\theta < 3^\circ$		



实验数据检验



小结与展望

1. μ 子成像时，使用的单元格内实验数据的动量分布基本合乎自然分布时（即单元格内的实验数据量较大时），动量的影响不必要考虑。
2. PoCA 算法对大角度干扰事件敏感，但有效事件成像结果失真度小；比率算法对大角度干扰事件不敏感，但有效事件成像结果失真度较大。
3. 进一步研究 PoCA 算法与比率算法的结合使用的算法。
4. 争取更多的实验数据对算法可靠性进行检验，进一步探索 μ 子快速成像的可行性。

小结与展望

1. μ 子成像时，使用的单元格内实验数据的动量分布基本合乎自然分布时（即单元格内的实验数据量较大时），动量的影响不必要考虑。
2. PoCA 算法对大角度干扰事件敏感，但有效事件成像结果失真度小；比率算法对大角度干扰事件不敏感，但有效事件成像结果失真度较大。
3. 进一步研究 PoCA 算法与比率算法的结合使用的算法。
4. 争取更多的实验数据对算法可靠性进行检验，进一步探索 μ 子快速成像的可行性。

严重感谢国家重点实验室对本研究的资助

（SKLPSE-KF-201912）！

群剛

謝 謝